Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

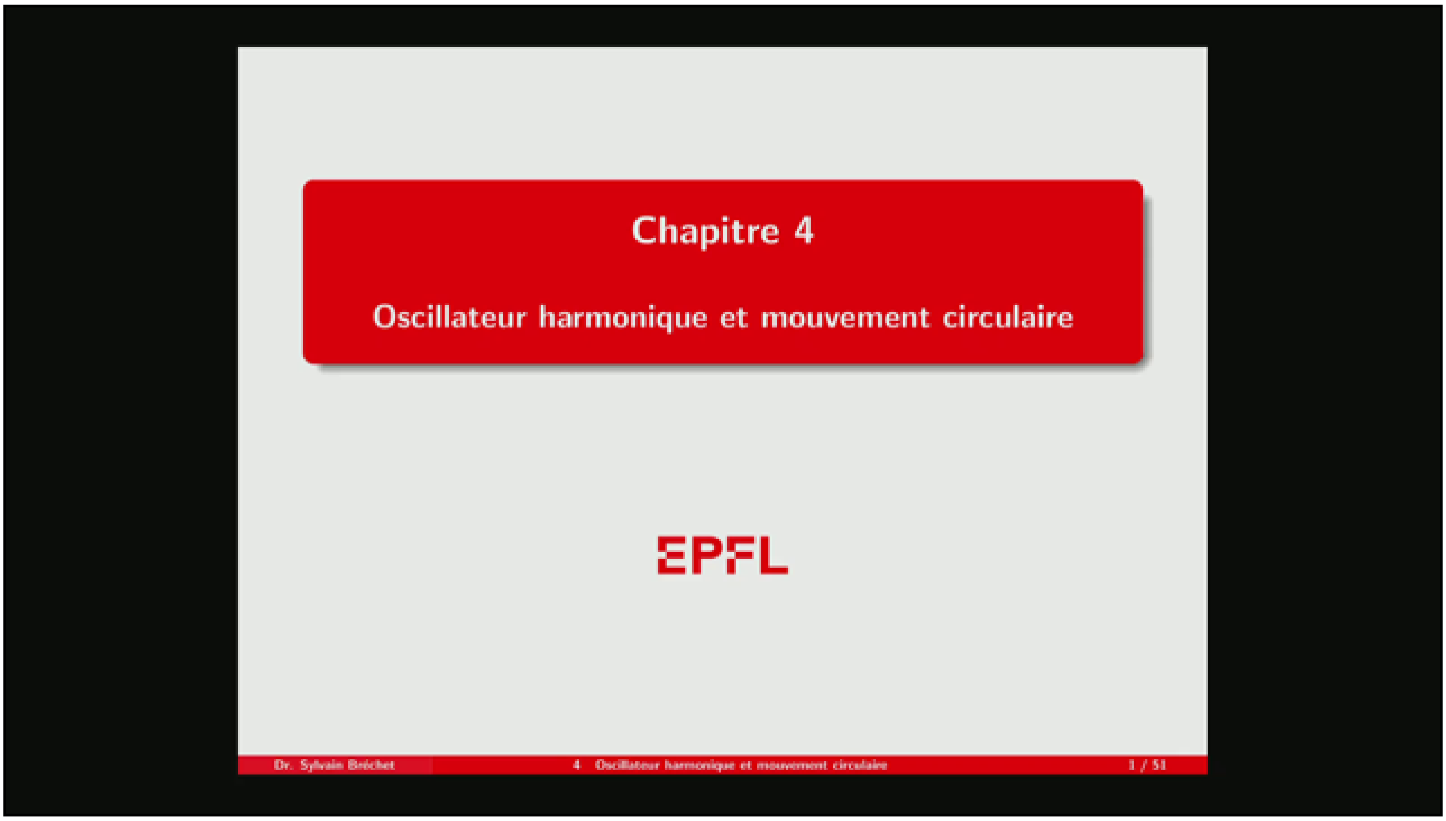
4 - Oscillateur harmonique et mouvement circulaire

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Forces extérieures. Solution complexe. Fois t. Mouvement circulaire. Inverse du carré de distance. Solutions réelles. Oscillateur harmonique. Modèle de la force élastique. Première loi de newton. Deuxième loi de newton. I oméga t. Fois supérieure. Mouvement naturel d'un corps. Sinus de l'oméga t. Nombre de rotations.

vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

vers la vidéo

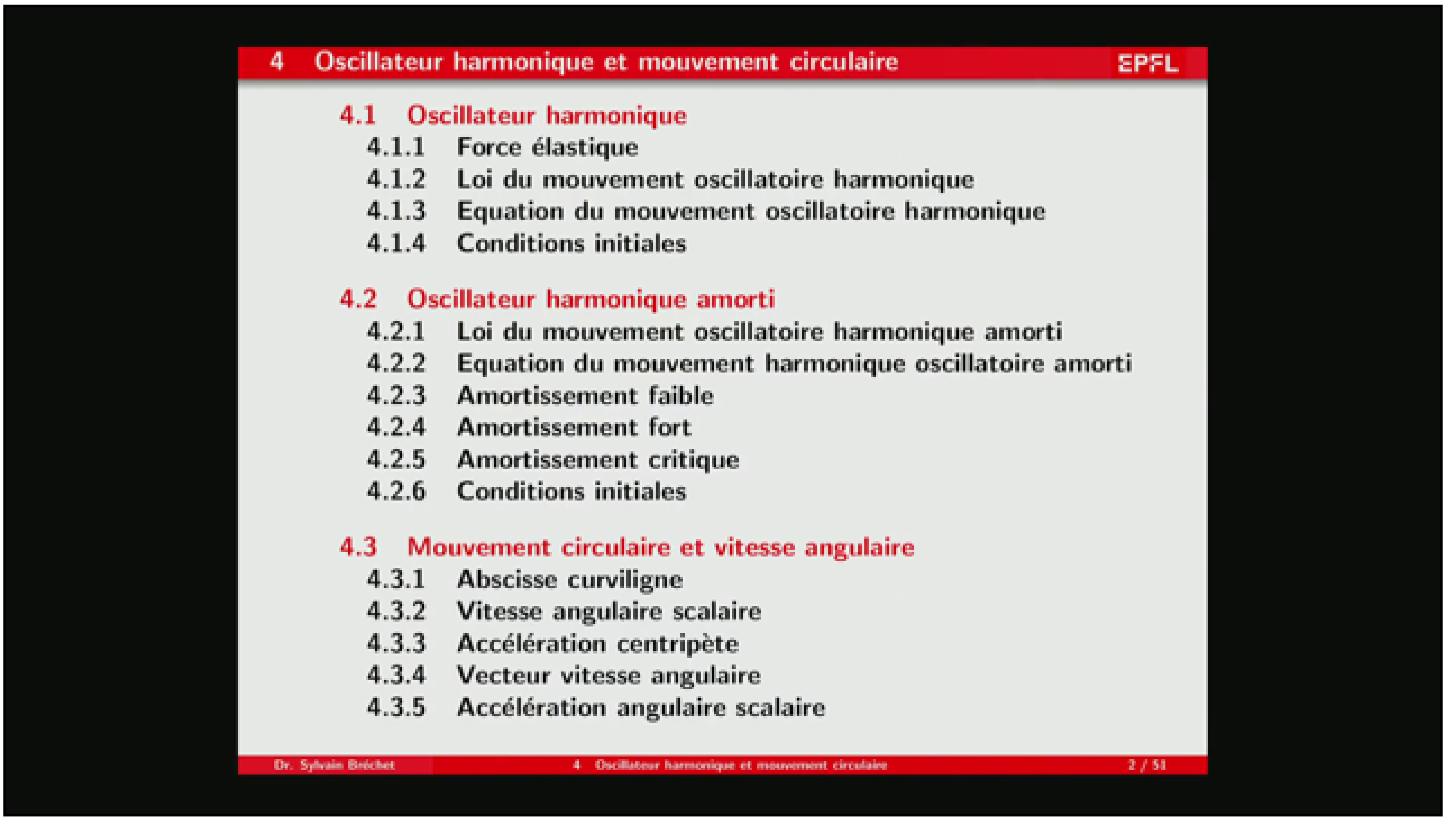


...

notes

résumé

0m 0s

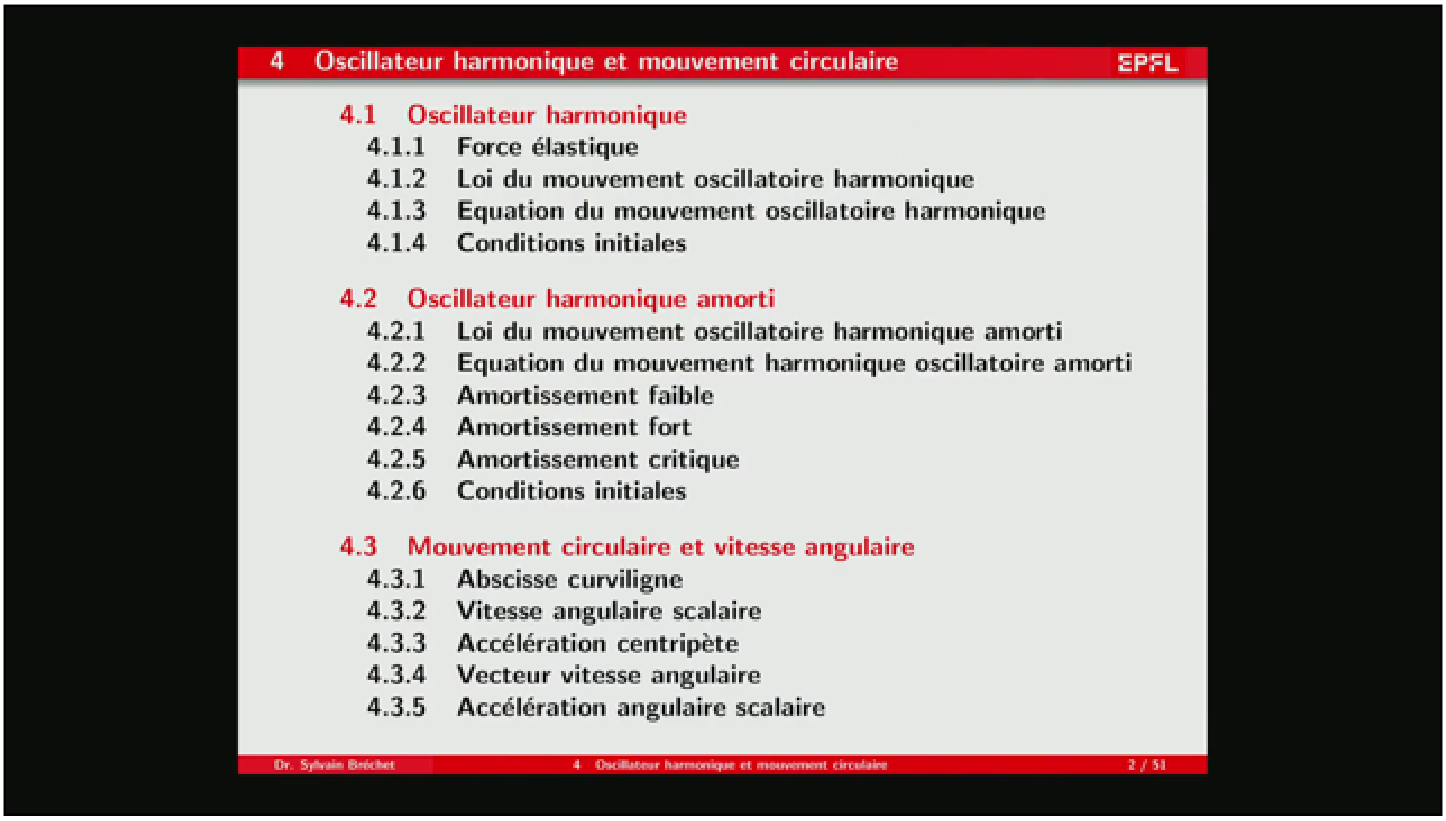


Ces sous-titres ont été générés automatiquement Donc, si parfois vous trouvez que cela va vite et que c'est effectivement le cas dans un cours universitaire avec le matériel que nous voulons couvrir, ce qui peut vous être utile pour optimiser votre compréhension du matériel et l'acquisition de ces connaissances, est de lire le chapitre de cours assez rapidement avant de venir à la classe. Vous verrez toutes les équations avec le même nombre de rotations. Si vous comprenez tout, ce n'est pas sérieux, mais vous avez déjà une idée de ce qui va être rapide, et ensuite il vous permettra d'avoir une compréhension plus détaillée de ce que vous allez venir à la classe. J'en parle. Ici vous avez l'oscillateur harmonique et le mouvement circulaire, qui sera le sujet de la journée. Donc, il y a deux semaines, nous avons introduit la deuxième loi de Newton, la première loi de Newton. Ces deux premières lois décrivent la base de la dynamique. La première loi nous dit que le mouvement naturel d'un corps se fait à vitesse constante, dans l'ordre et dans l'orientation. Le mouvement est clairement rectifié. La deuxième loi nous dit ce qui se passe lorsque le mouvement n’est pas un mouvement naturel. Donc, nous devons avoir une cause pour le mouvement, qui est les forces extérieures, qui se traduit par la dérivée temporaire de la quantité de mouvement, qui pour un système de masse constant comme un point matériel, sera réduit au produit de masse. Nous avons besoin d'accélération. Donc, la semaine dernière, nous avons commencé à faire face aux conséquences de cette loi, avec un modèle, le modèle balistique, c'est-à-dire le modèle de poids. Nous l’avons d’abord fait sans friction, puis nous l’avons fait avec friction. Donc, aujourd'hui, nous allons traiter d'un autre modèle universel, qui peut être la force la plus utile et la plus intéressante, en physique et au-delà de la physique, comme vous pourrez

notes

résumé

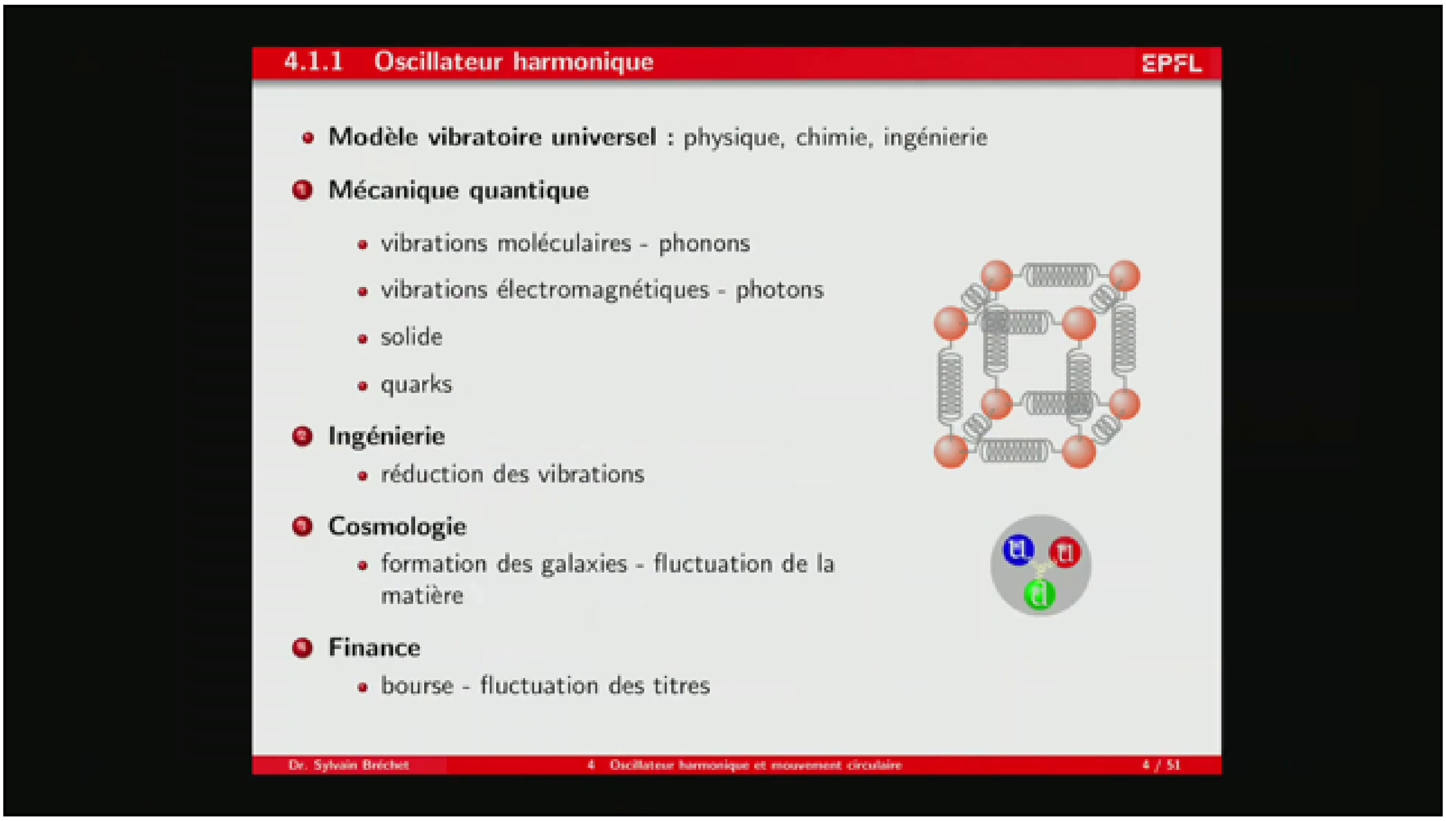
0m 1s



le réaliser, puisque les applications de la loi aujourd'hui peuvent même vous donner des informations clés sur la finance. Nous verrons comment. Il décrit également ce qui se passe à l'intérieur des nuages atomiques, et il décrit même ce qui se passe à l'intérieur de notre univers, les cellules cosmologiques. C'est pour vous dire si le modèle que nous allons traiter aujourd'hui, le modèle de la force élastique et de l'oscillateur harmonique, est un modèle clé. Et plus ce modèle nous permettra de faire un petit tour des nombres complexes et voir comment nous pouvons commencer avec une solution complexe, qui a une très belle structure, et trouver des solutions réelles plutôt intuitives.

notes

résumé

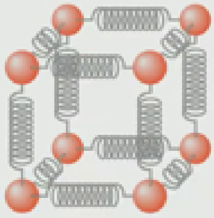


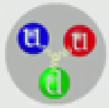
notes

résumé

3m 6s

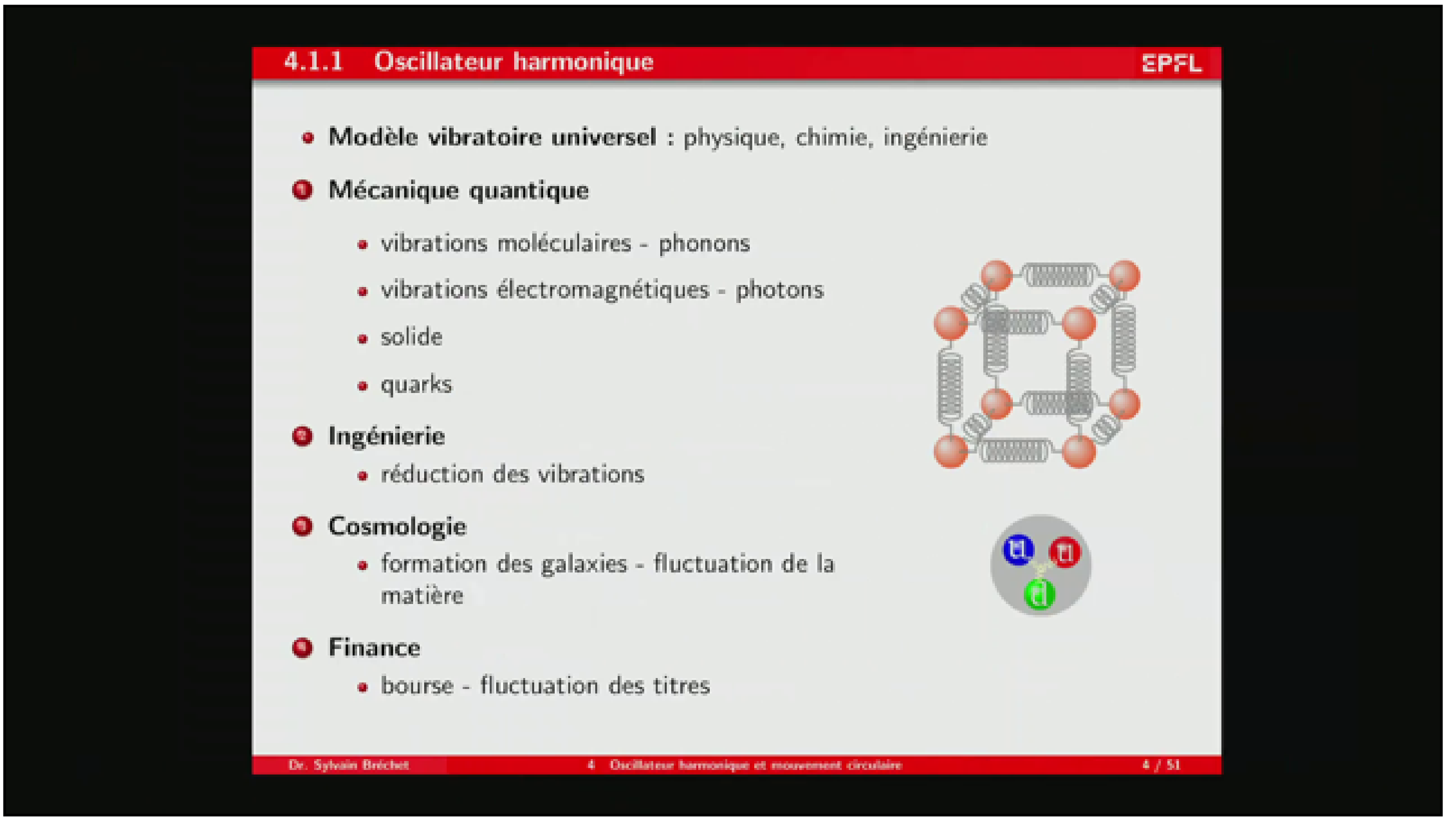
- **Modèle vibratoire universel :** physique, chimie, ingénierie
- **Mécanique quantique**
  - vibrations moléculaires - phonons
  - vibrations électromagnétiques - photons
  - solide
  - quarks
- **Ingénierie**
  - réduction des vibrations
- **Cosmologie**
  - formation des galaxies - fluctuation de la matière
- **Finance**
  - bourse - fluctuation des titres





notes

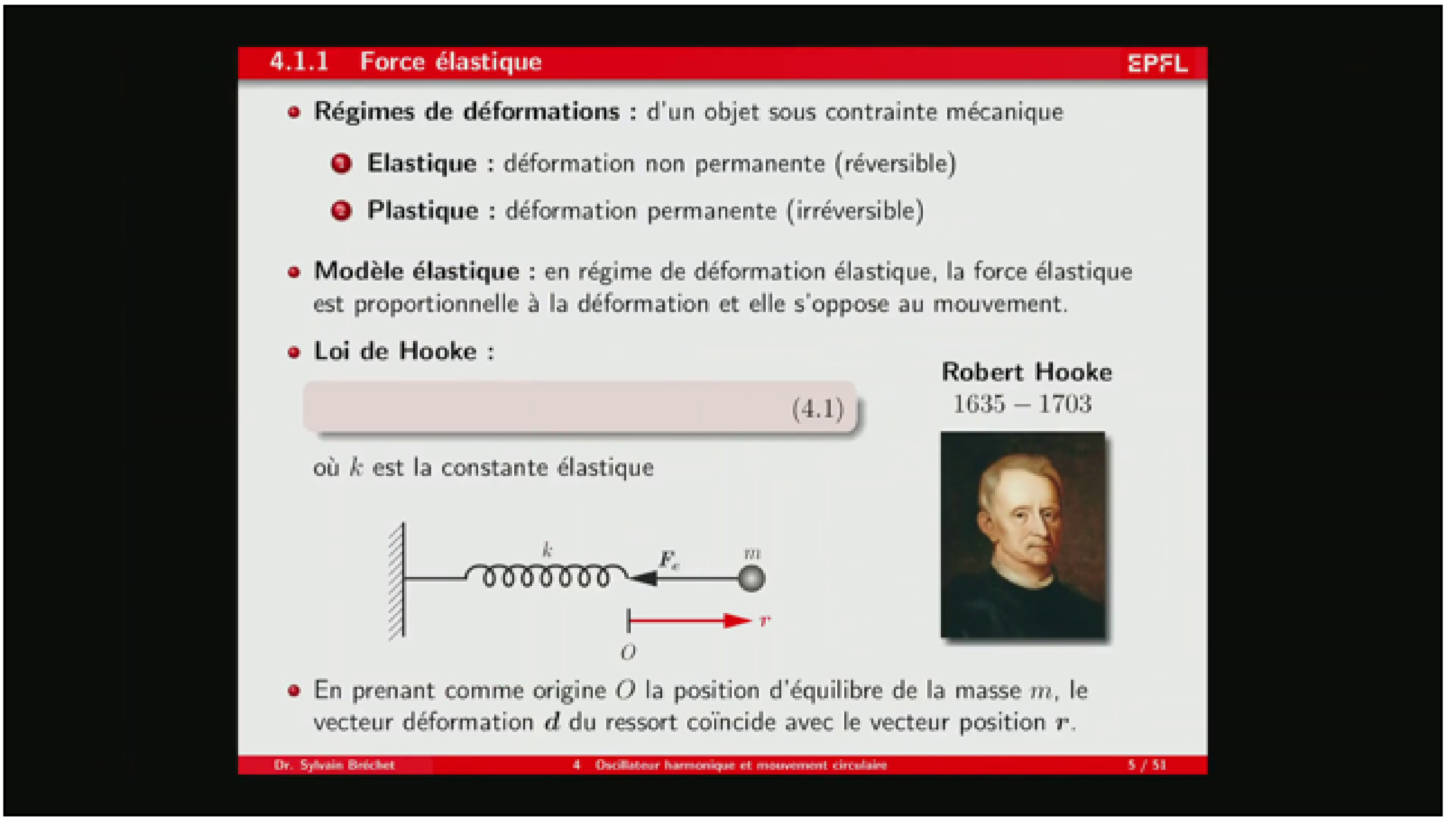
résumé



trajectoire, Il y aura deux composantes pour l'accélération. Nous verrons comment nous pouvons décrire cela de manière cohérente, nous le ferons vectoriellement. Nous allons également introduire un vecteur vitesse de rotation, qui est la dérivée temporelle de la coordonnée angulaire de l'angle, de l'angle de rotation. Ensuite, nous verrons qu'avec la règle de la main droite, nous pouvons définir ce vecteur de vitesse angulaire correctement. Mais c'est une musique du futur,

notes

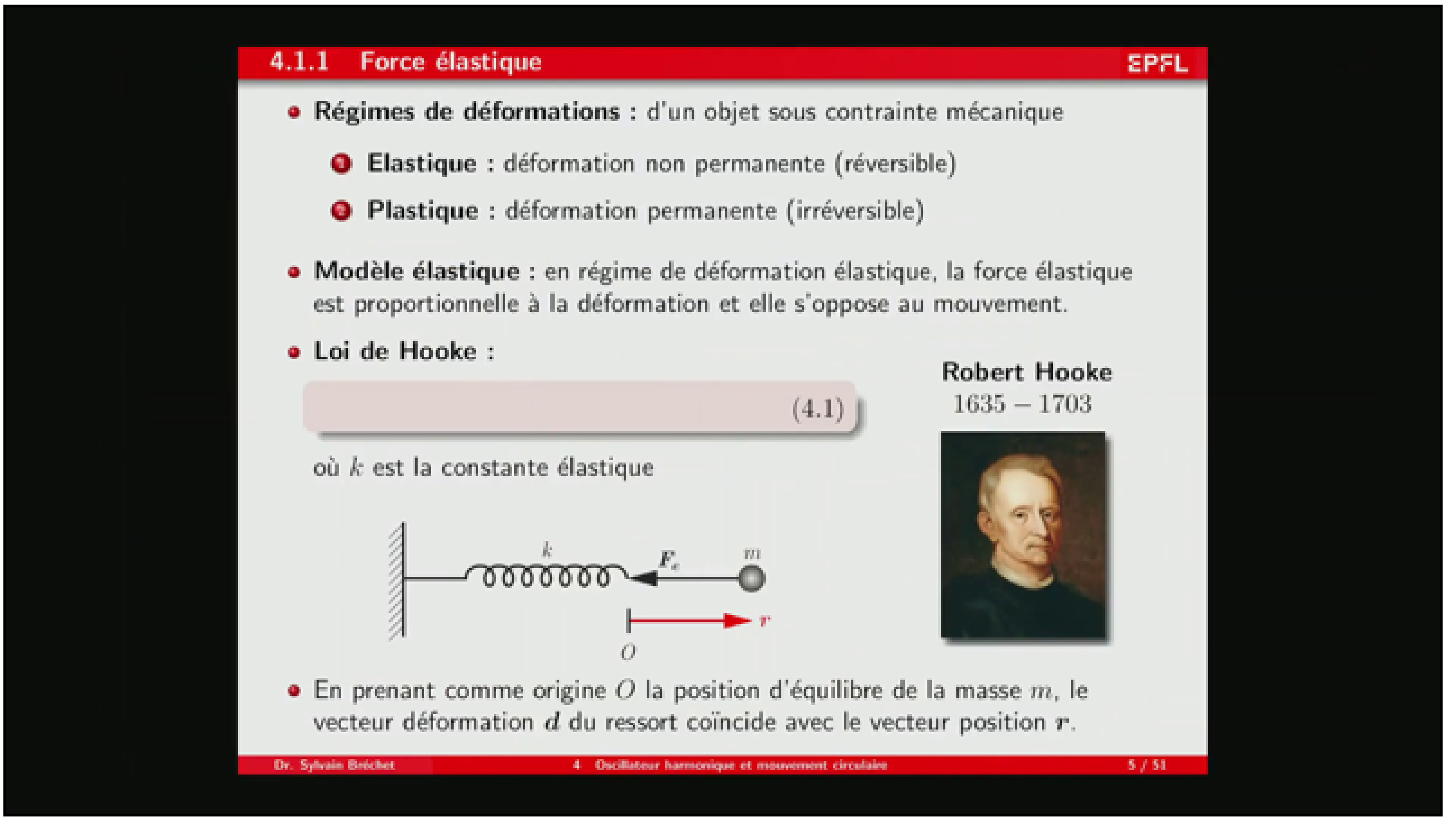
résumé



notes

résumé

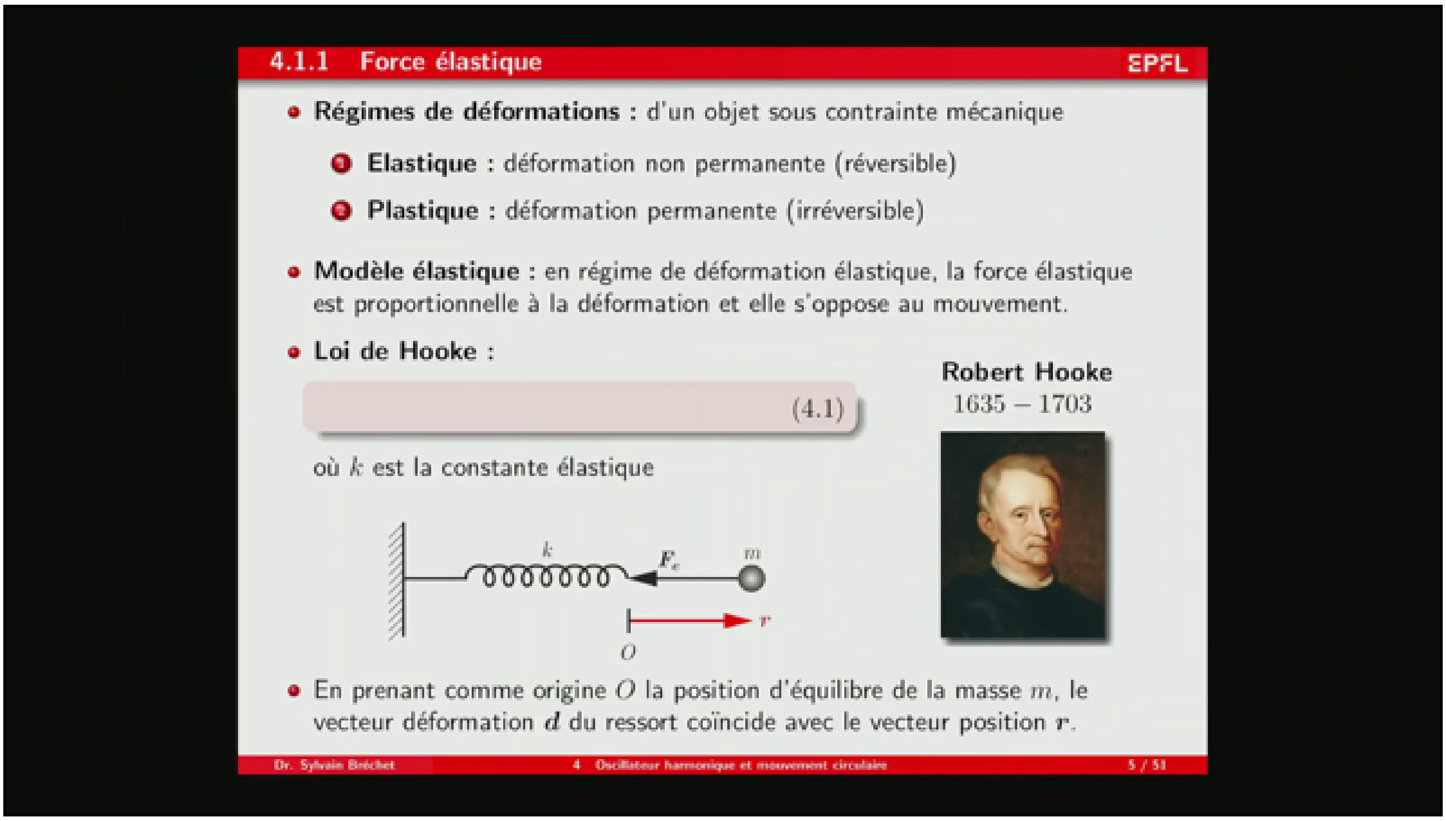
7m 54s



d'un tiers, c'est bien. Alors que pour les neutrons, c'est un-hop et deux-bas, c'est zéro. Alors maintenant, ces quarks sont liés par une force, qui est la force forte, qui peut être décrite en première approximation, à l'aide d'un oscillateur harmonique. Il est également l'objet d'un prix Nobel de physique en 2004, Conçu par Frank Wilczek. Frank Wilczek était, j'ai eu l'occasion de le rencontrer quand je faisais ma thèse en Angleterre, et il est venu donner son discours avec une veste, et sous la veste il y avait un t-shirt, et sur le t-shirt il y avait un petit homme en hiver, il est resté avec moi, Je l'ai trouvé très gentil. Eh bien, de toute façon, quand vous prenez la force forte, vous avez trois quarks qui apparaissent dans le proton et le neutron. Les physiciens qui ont beaucoup d'imagination, Nous avons pensé à la trichromie, et c'est pourquoi nous parlons de la chromodynamique quantique. C'est la théorie qui explique les interactions entre les quarks, avec l'aide de gluons, qui peuvent avoir des couleurs, pour parler d'une deuxième image, bleu, rouge, vert, ou anti-bleu, anti-rouge, anti-vert. Ainsi, pour former des particules d'antihistaminiques stables, Soit vous prenez trois quarks, et vous avez la somme des trois couleurs qui vous donnent le blanc, ou vous prenez un quark et un anti-quark, Vous avez une couleur noire. Les premiers sont les baryons, les seconds sont les mésons, mais mésons avec une A.I. hexanthegupin, et les formes entières des addrons, D'où le terme grand collisionneur de hadrons, qui est le nom de l'accélérateur de particules, que nous trouvons au CERN. Donc, si nous utilisons la mécanique quantique, le modèle de l'oscillateur harmonique est important, On le trouve aussi dans l'ingénierie. Imaginons qu'on nous demande de travailler, par exemple, pour une entreprise qui fabrique des chocolats, Il y en a beaucoup en Suisse, Prenez celui que vous préférez, et puis la mission est

notes

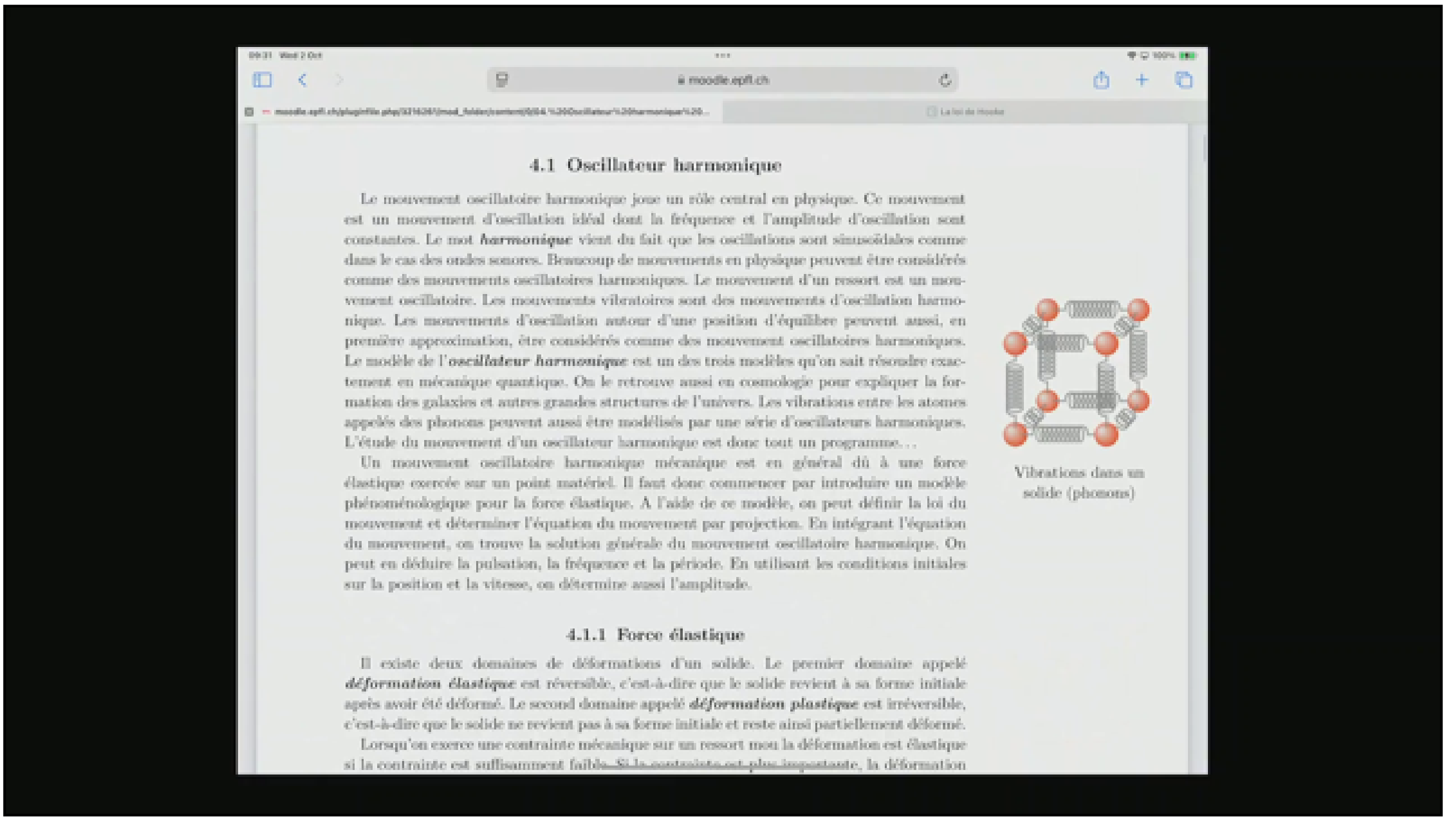
résumé



de construire un robot qui doit mettre des chocolats dans des boîtes, le plus rapidement possible, Sans casser les chocolats pour que tout fonctionne bien et que nous pouvons exporter ces chocolats. Il est donc clair que le bras mécanique qui prendra le chocolat et le mettra dans la boîte, nous devrions éviter de le faire. Je ne veux pas que ce soit une maladie de Parkinson Quand vous mettez le chocolat, Sinon, le chocolat ne sera pas dans la bonne boîte. Il va falloir freiner le mouvement rapidement, sans que les vibrations ne se fassent. Nous devrons être dans un régime de forte modération, dont nous parlerons ensemble pour réduire les vibrations. Une autre application de l'oscillateur harmonique est la cosmologie, qui est la théorie physique qui décrit l'histoire de l'univers, Surtout à ses débuts. Au début, quand l'univers était très petit, son évolution a été décrite par la mécanique quantique, et les matériaux de flux, les matériaux de grand flux, en mécanique quantique, il y avait des endroits où il y avait un peu plus de matériel, Dans d'autres endroits, il y avait un peu moins de matériel.

notes

résumé



moodle.epfl.ch

4.1 Oscillateur harmonique

Le mouvement oscillatoire harmonique joue un rôle central en physique. Ce mouvement est un mouvement d'oscillation idéal dont la fréquence et l'amplitude d'oscillation sont constantes. Le mot **harmonique** vient du fait que les oscillations sont sinusoïdales comme dans le cas des ondes sonores. Beaucoup de mouvements en physique peuvent être considérés comme des mouvements oscillatoires harmoniques. Le mouvement d'un ressort est un mouvement oscillatoire. Les mouvements vibratoires sont des mouvements d'oscillation harmonique. Les mouvements d'oscillation autour d'une position d'équilibre peuvent aussi, en première approximation, être considérés comme des mouvement oscillatoires harmoniques. Le modèle de l'***oscillateur harmonique*** est un des trois modèles qu'on sait résoudre exactement en mécanique quantique. On le retrouve aussi en cosmologie pour expliquer la formation des galaxies et autres grandes structures de l'univers. Les vibrations entre les atomes appelés des phonons peuvent aussi être modélisés par une série d'oscillateurs harmoniques. L'étude du mouvement d'un oscillateur harmonique est donc tout un programme…

Un mouvement oscillatoire harmonique mécanique est en général dû à une force élastique exercée sur un point matériel. Il faut donc commencer par introduire un modèle phénoménologique pour la force élastique. A l'aide de ce modèle, on peut définir la loi du mouvement et déterminer l'équation du mouvement par projection. En intégrant l'équation du mouvement, on trouve la solution générale du mouvement oscillatoire harmonique. On peut en déduire la pulsation, la fréquence et la période. En utilisant les conditions initiales sur la position et la vitesse, on détermine aussi l'amplitude.

Vibrations dans un solide (phonons)

4.1.1 Force élastique

Il existe deux domaines de déformations d'un solide. Le premier domaine appelé ***déformation élastique*** est réversible, c'est-à-dire que le solide revient à sa forme initiale après avoir été déformé. Le second domaine appelé ***déformation plastique*** est irréversible, c'est-à-dire que le solide ne revient pas à sa forme initiale et reste ainsi partiellement déformé.

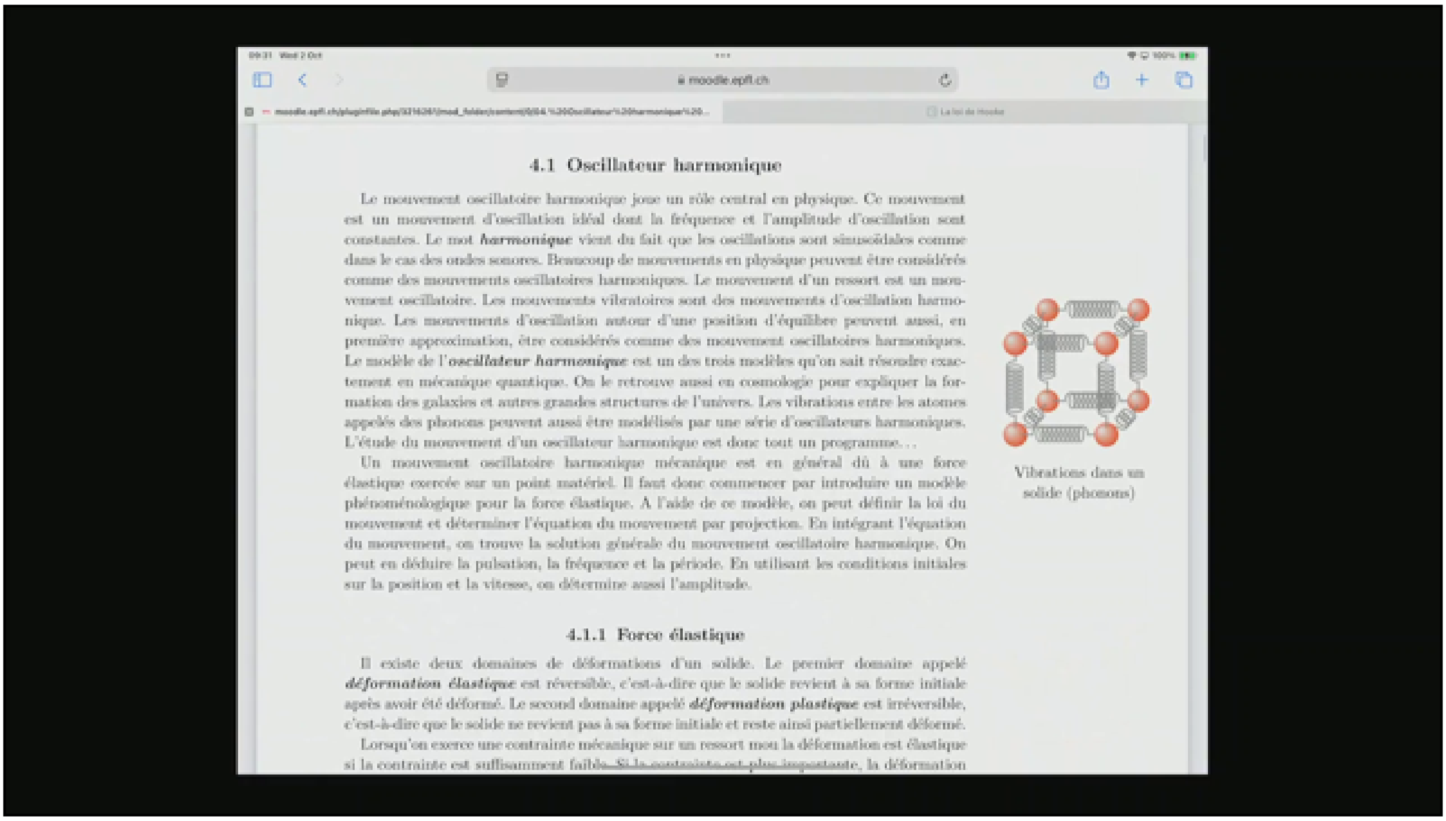
Lorsqu'on exerce une contrainte mécanique sur un ressort mou la déformation est élastique si la contrainte est suffisamment faible. Si la contrainte est plus importante, la déformation

qui servira de base pour élaborer le modèle de l'oscillateur harmonique. Okay? Si vous prenez un objet, vous le tirez dessus. S'il est élastique, il est élastique. Prenez un ressort, prenez un élastique, tirez un peu dessus, il se déforme. Relâchez la contrainte mécanique qui a généré la déformation. L'objet revient à sa position initiale. C'est aussi vrai pour la compression, soit dit en passant. Okay? Pour un printemps. Okay. Alors, est-ce tout à fait vrai? No. Si vous avez déjà joué avec des jeux d'enfants, avec des petits ressorts, vous savez très bien que si vous tirez un peu trop sur le printemps, Eh bien, vous allez le déformer. Ensuite, la déformation restera en partie. Okay? Il y aura donc une déformation qui sera permanente. Donc, le régime qui nous intéresse, le régime de déformation élastique, est une déformation non permanente. Il est réversible. Nous remontons à l'arrière, nous remontons à l'état initial lorsque nous supprimons la contrainte mécanique qui génère la déformation. Okay? Et puis il y a aussi le régime plastique qui génère une déformation permanente. Le plus simple est une gomme à fromage. Prends un cheese-gum, tu tires dessus. Okay? Lorsque vous relâchez la contrainte mécanique, elle ne revient pas à sa position initiale. Okay? Il reste déformé. Okay? Pourquoi? Parce qu'il a une très faible élasticité. Okay? Ce qui nous intéresse maintenant, c'est de définir cette force élastique. Et le modèle de cette force, nous le devons au physicien britannique Robert Hooke, qui a d'abord compris que la force de gravité était à l'inverse du carré de distance. Mais bon, le grand Newton a attribué cette découverte à cela. Il formalisa la structure exacte de la force. Il y a un vis-à-vis entre Hooke et Newton, et Hooke est allé aux oubliettes de l'histoire comme le méchant de l'affaire. Et c'est Newton qui a retrouvé, je veux dire, toute sa gloire, alors qu'il doit encore

notes

résumé

14m 16s



moodle.epfl.ch

4.1 Oscillateur harmonique

Le mouvement oscillatoire harmonique joue un rôle central en physique. Ce mouvement est un mouvement d'oscillation idéal dont la fréquence et l'amplitude d'oscillation sont constantes. Le mot ***harmonique*** vient du fait que les oscillations sont sinusoïdales comme dans le cas des ondes sonores. Beaucoup de mouvements en physique peuvent être considérés comme des mouvements oscillatoires harmoniques. Le mouvement d'un ressort est un mouvement oscillatoire. Les mouvements vibratoires sont des mouvements d'oscillation harmonique. Les mouvements d'oscillation autour d'une position d'équilibre peuvent aussi, en première approximation, être considérés comme des mouvement oscillatoires harmoniques. Le modèle de l'***oscillateur harmonique*** est un des trois modèles qu'on sait résoudre exactement en mécanique quantique. On le retrouve aussi en cosmologie pour expliquer la formation des galaxies et autres grandes structures de l'univers. Les vibrations entre les atomes appelés des phonons peuvent aussi être modélisés par une série d'oscillateurs harmoniques. L'étude du mouvement d'un oscillateur harmonique est donc tout un programme…

Un mouvement oscillatoire harmonique mécanique est en général dû à une force élastique exercée sur un point matériel. Il faut donc commencer par introduire un modèle phénoménologique pour la force élastique. A l'aide de ce modèle, on peut définir la loi du mouvement et déterminer l'équation du mouvement par projection. En intégrant l'équation du mouvement, on trouve la solution générale du mouvement oscillatoire harmonique. On peut en déduire la pulsation, la fréquence et la période. En utilisant les conditions initiales sur la position et la vitesse, on détermine aussi l'amplitude.

Vibrations dans un solide (phonons)

4.1.1 Force élastique

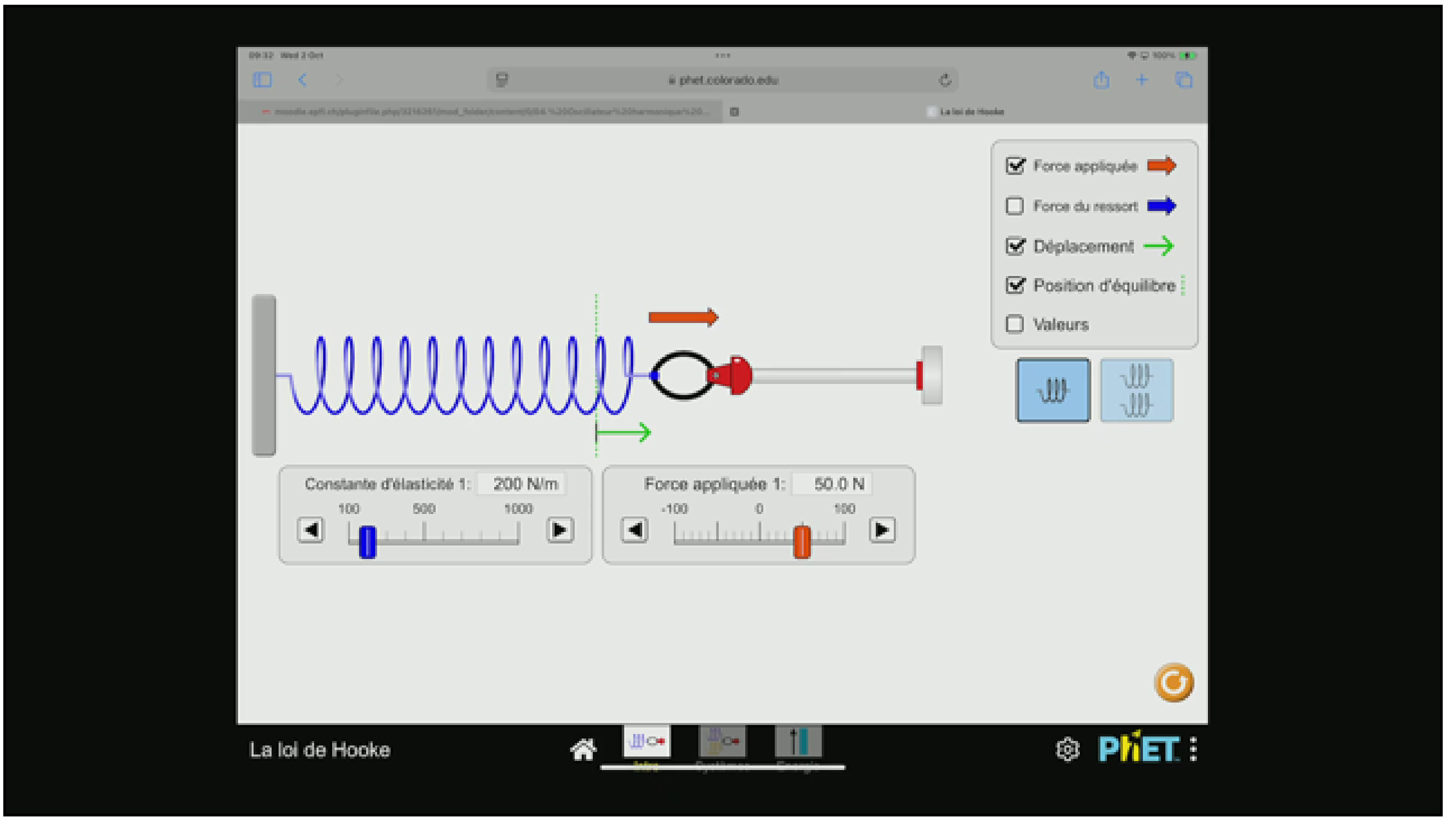
Il existe deux domaines de déformations d'un solide. Le premier domaine appelé ***déformation élastique*** est réversible, c'est-à-dire que le solide revient à sa forme initiale après avoir été déformé. Le second domaine appelé ***déformation plastique*** est irréversible, c'est-à-dire que le solide ne revient pas à sa forme initiale et reste ainsi partiellement déformé.

Lorsqu'on exerce une contrainte mécanique sur un ressort mou la déformation est élastique si la contrainte est suffisamment faible. Si la contrainte est plus importante, la déformation

retourner à Hooke, ce qui le ramène. Je me permets donc ici de corriger une petite erreur historique. Okay? Donc Hooke est connu pour cette loi de Hooke, qui porte évidemment son nom. Okay? Pour comprendre un peu ce qui se passe, Je suggère que nous examinions une simulation de ceci,

notes

résumé

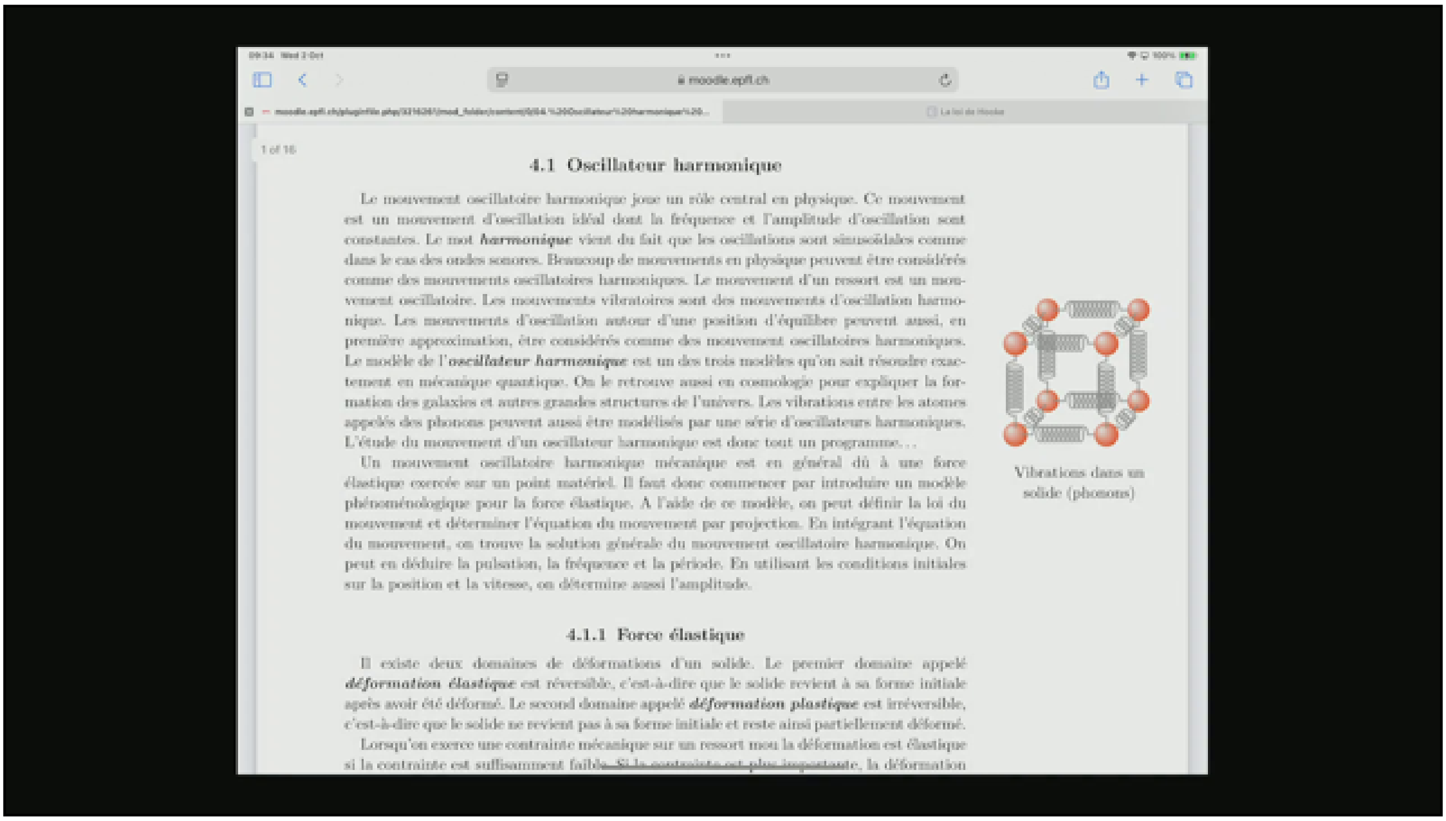


que vous trouvez sur l'animation, que vous avez lié au site Moudel du cours. Prenons donc la situation où le printemps est au repos. Donc, le printemps est d'une certaine longueur, vous le voyez ici. Il est au repos. Et maintenant nous allons exercer une force sur l'extrémité du ressort. Okay? Nous allons exercer une force de, disons, 50 Newton par heure vers la droite. Qu'est-ce qu'on va voir? Nous allons voir le mouvement par rapport à la position d'équilibre. Et nous pouvons également illustrer la force appliquée.

notes

résumé

16m 31s



4.1 Oscillateur harmonique

Le mouvement oscillatoire harmonique joue un rôle central en physique. Ce mouvement est un mouvement d'oscillation idéal dont la fréquence et l'amplitude d'oscillation sont constantes. Le mot ***harmonique*** vient du fait que les oscillations sont sinusoïdales comme dans le cas des ondes sonores. Beaucoup de mouvements en physique peuvent être considérés comme des mouvements oscillatoires harmoniques. Le mouvement d'un ressort est un mouvement oscillatoire. Les mouvements vibratoires sont des mouvements d'oscillation harmonique. Les mouvements d'oscillation autour d'une position d'équilibre peuvent aussi, en première approximation, être considérés comme des mouvement oscillatoires harmoniques. Le modèle de l'***oscillateur harmonique*** est un des trois modèles qu'on sait résoudre exactement en mécanique quantique. On le retrouve aussi en cosmologie pour expliquer la formation des galaxies et autres grandes structures de l'univers. Les vibrations entre les atomes appelés des phonons peuvent aussi être modélisés par une série d'oscillateurs harmoniques. L'étude du mouvement d'un oscillateur harmonique est donc tout un programme…

Un mouvement oscillatoire harmonique mécanique est en général dû à une force élastique exercée sur un point matériel. Il faut donc commencer par introduire un modèle phénoménologique pour la force élastique. A l'aide de ce modèle, on peut définir la loi du mouvement et déterminer l'équation du mouvement par projection. En intégrant l'équation du mouvement, on trouve la solution générale du mouvement oscillatoire harmonique. On peut en déduire la pulsation, la fréquence et la période. En utilisant les conditions initiales sur la position et la vitesse, on détermine aussi l'amplitude.

Vibrations dans un solide (phonons)

4.1.1 Force élastique

Il existe deux domaines de déformations d'un solide. Le premier domaine appelé ***déformation élastique*** est réversible, c'est-à-dire que le solide revient à sa forme initiale après avoir été déformé. Le second domaine appelé ***déformation plastique*** est irréversible, c'est-à-dire que le solide ne revient pas à sa forme initiale et reste ainsi partiellement déformé.

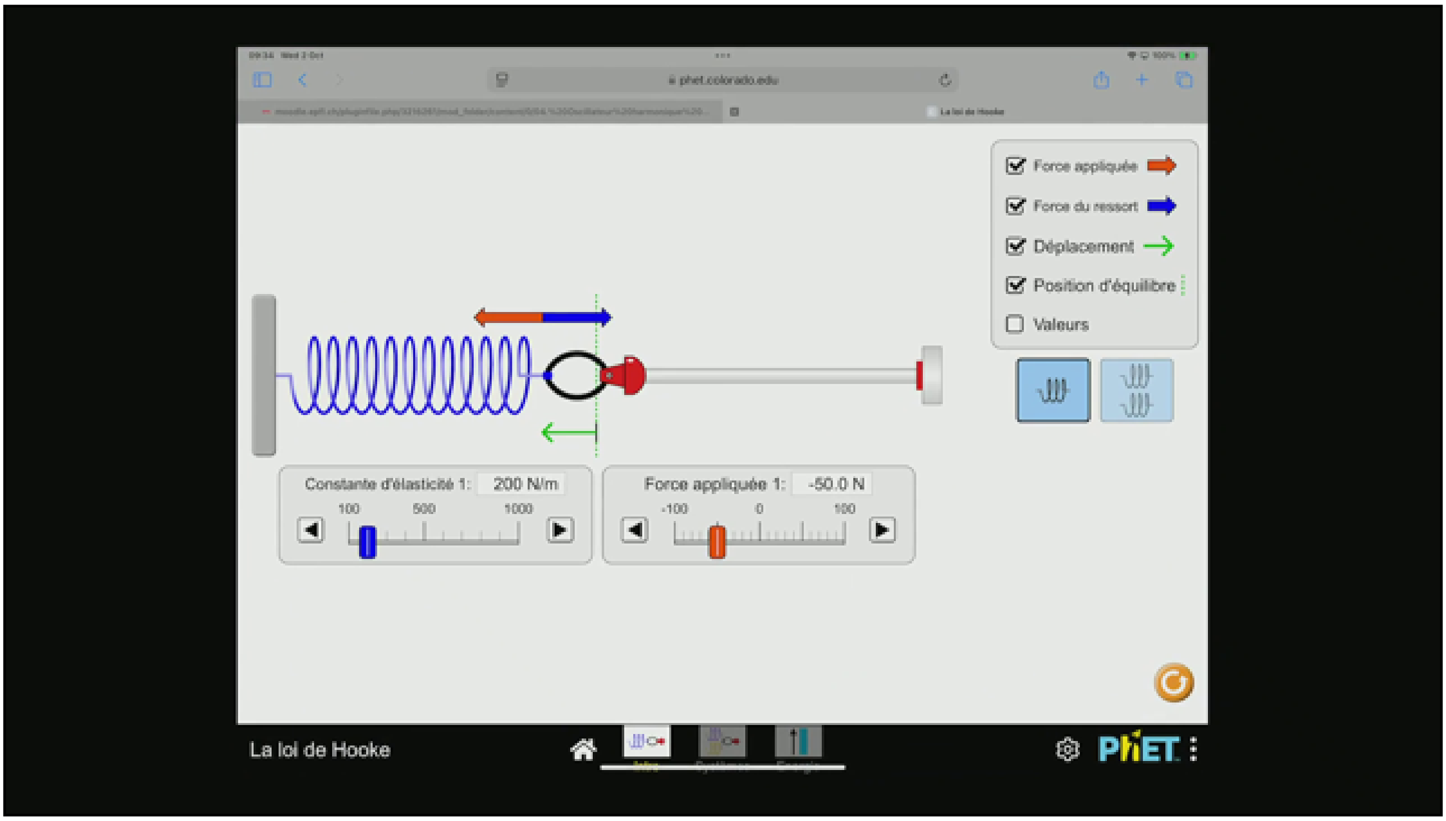
Lorsqu'on exerce une contrainte mécanique sur un ressort mou la déformation est élastique si la contrainte est suffisamment faible. Si la contrainte est plus importante, la déformation

Okay. Donc, vous êtes d'accord que si c'était la seule force appliquée, Eh bien, l'extrémité se déplacerait avec une accélération orientée vers la droite. Ce n'est pas le cas. Nous sommes à l'équilibre. Pourquoi? Parce que le ressort lui-même exercera une force élastique, d'accord? Ce qui s'oppose à la déformation pour amener l'extrémité à la position d'équilibre. En d'autres termes, si vous prenez la barre ici qui tire l'extrémité du ressort, le ressort voudra revenir dans la position initiale. Okay? Alors qu'est-ce qu'on voit? La force élastique est orientée vers la position d'équilibre. La déformation est orientée en sens inverse. Et si maintenant je double la valeur de force, ou la valeur de force, je double la valeur de déplacement. Okay? C'est complètement linéaire. La force est proportionnelle au déplacement. C'est pour l'élongation. C'est également vrai pour la contraction. Okay? Si j'exerce une force dans l'autre sens, vous voyez que maintenant la force appliquée est orientée vers la gauche. Il génère une compression. Okay? Donc le déplacement vers la gauche avec la flèche en vert. Oui, mais à ce stade, l'extrémité du ressort exerce une force égale et opposée. Okay? Ce qui amènera le point à la position d'équilibre. Okay? Donc, si vous créez un déplacement qui est ici une déformation, la force élastique est opposée à la déformation, et le lien entre les deux, le facteur de proportionnalité, est directement lié à la rigidité du ressort, c'est-à-dire à sa facilité ou à ne pas se déformer. Okay?

notes

résumé

17m 1s

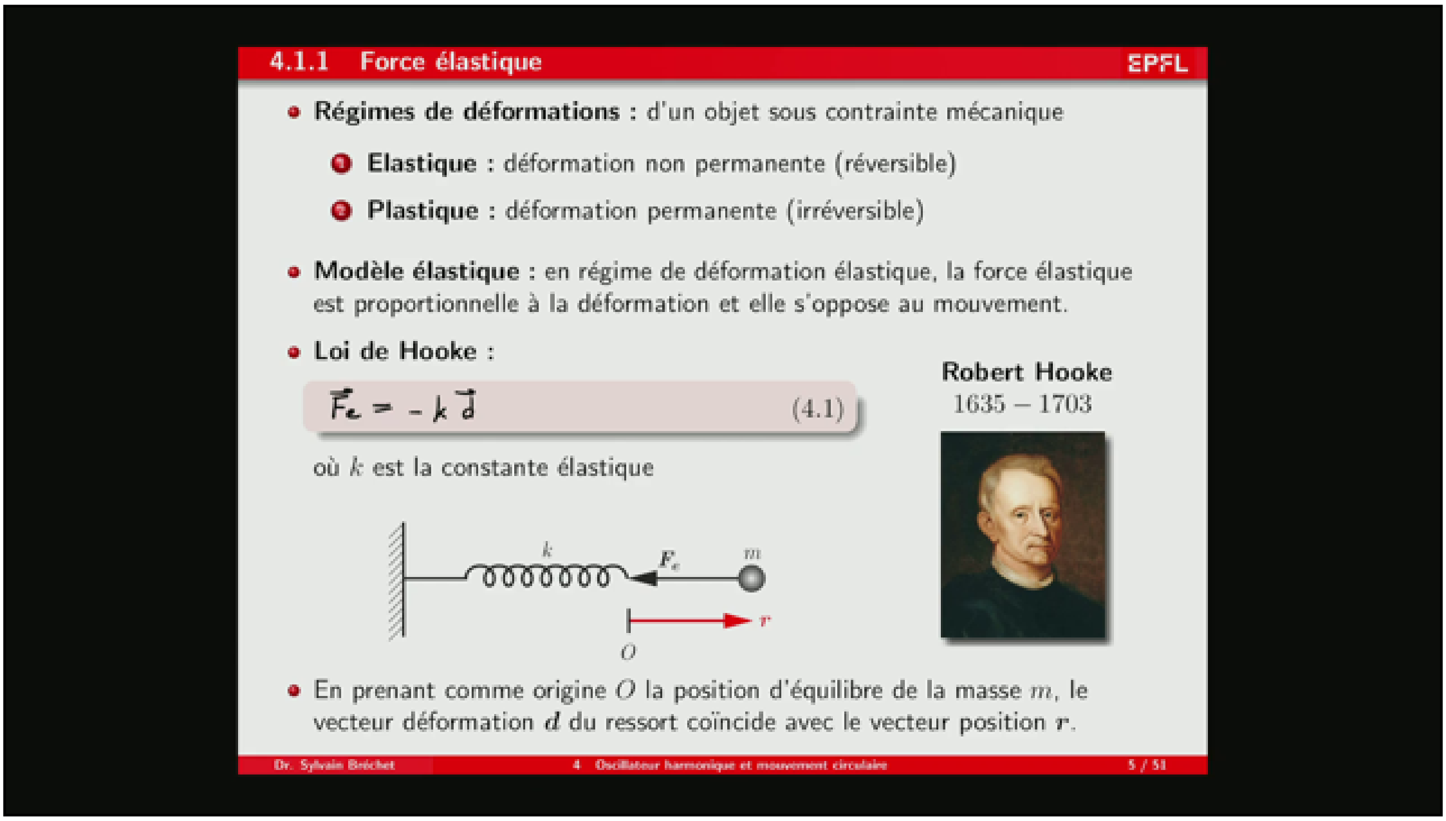


Traduisons cela maintenant mathématiquement. Ainsi, la force élastique est proportionnelle à la déformation. Nous avons une constante de proportionnalité, qui est le plus rouge ou l'élastique constant. Okay? Donc, en pratique, ce que nous pouvons faire pour simplifier les choses, Si nous revenons à l'exemple avec l'animation,

notes

résumé

18m 42s

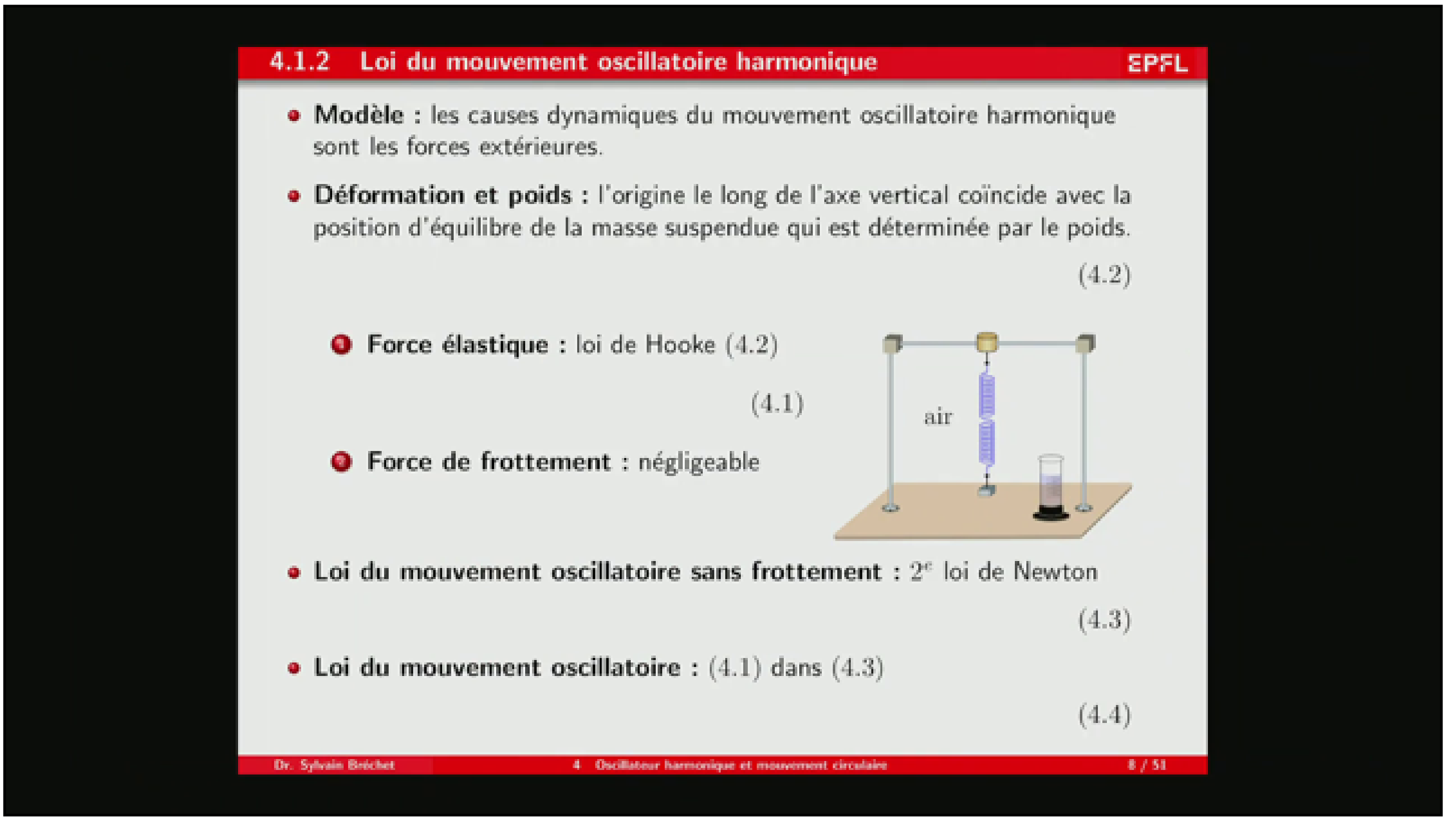


ici nous pouvons placer l'origine de notre référence pour qu'il coïncide avec la position d'équilibre. Si nous faisons cela, le vecteur de position coïncidera avec le vecteur de déformation, ce qui nous permet d'avoir un changement variable de moins de 1 pour résoudre des équations. Okay? Donc, dans un but de simplicité, dans une première approche, C'est ce que nous allons faire.

notes

résumé

19m 9s



Nous allons faire coïncider le vecteur avec le vecteur de déplacement, en plaçant l'origine ici à la fin du ressort à l'aise. Okay? Et voilà. Donc, pour voir un peu ce qu'est le domaine élastique, vous devez faire quelques tests avec différentes forces appliquées. Okay? Pour un printemps donné. Nous allons donc prendre une source en cuivre. Le cuivre est un métal assez mou, ce qui nous permettra de mettre en évidence le domaine plastique et le domaine élastique. Nous allons utiliser une machine de traction. Donc c'est là. C'est celui que vous voyez ici. Je vais juste mettre la caméra correspondante. Et voilà. Tu aurais dû... C'est tout. Un gros coup sur le système. Un levier, sur lequel on peut exercer une force. Okay? Vous avez deux capteurs. Un capteur de force et un capteur de déplacement. Nous allons donc représenter graphiquement la force En fonction du déplacement. Donc nous aurons la force sur l'axe vertical, le déplacement sur l'axe horizontal. Donc, si vous avez une raison, ce que vous devriez voir est une pente constante. Et la valeur de cette pente est la pente élastique. C'est ce que nous allons observer? Regardons ça. Donc, si j'exerce une petite force, regardez le fond, Vous voyez que c'est en fait le cas. Okay? Je reviens. C'est complètement réversible. Je reviens exactement dans la position initiale. La pente ici de cette droite représente la pente élastique. Vous avez la force en fonction de l'axe vertical, le déplacement sur l'axe horizontal. Si vous êtes très près de l'écran, Vous pouvez voir que cela s'appelle un potentiel. C'est une tension électrique qui peut être convertie dans le déplacement. Maintenant, si j'exerce une force légèrement plus grande, Regardez ce qui va se passer. Tu vois? C'est plus linéaire. Il y a une déformation irréversible. Pourquoi? Parce que si je libère la contrainte, regardez, Je reviens mais il y a encore une déformation Quand j'arrive

notes

résumé

19m 32s

4.1.2 Loi du mouvement oscillatoire harmonique

EPFL

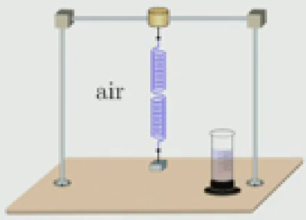
- **Modèle :** les causes dynamiques du mouvement oscillatoire harmonique sont les forces extérieures.
- **Déformation et poids :** l'origine le long de l'axe vertical coïncide avec la position d'équilibre de la masse suspendue qui est déterminée par le poids.

(4.2)

- **Force élastique :** loi de Hooke (4.2)

(4.1)

- **Force de frottement :** négligeable



- **Loi du mouvement oscillatoire sans frottement :** 2^e loi de Newton

(4.3)

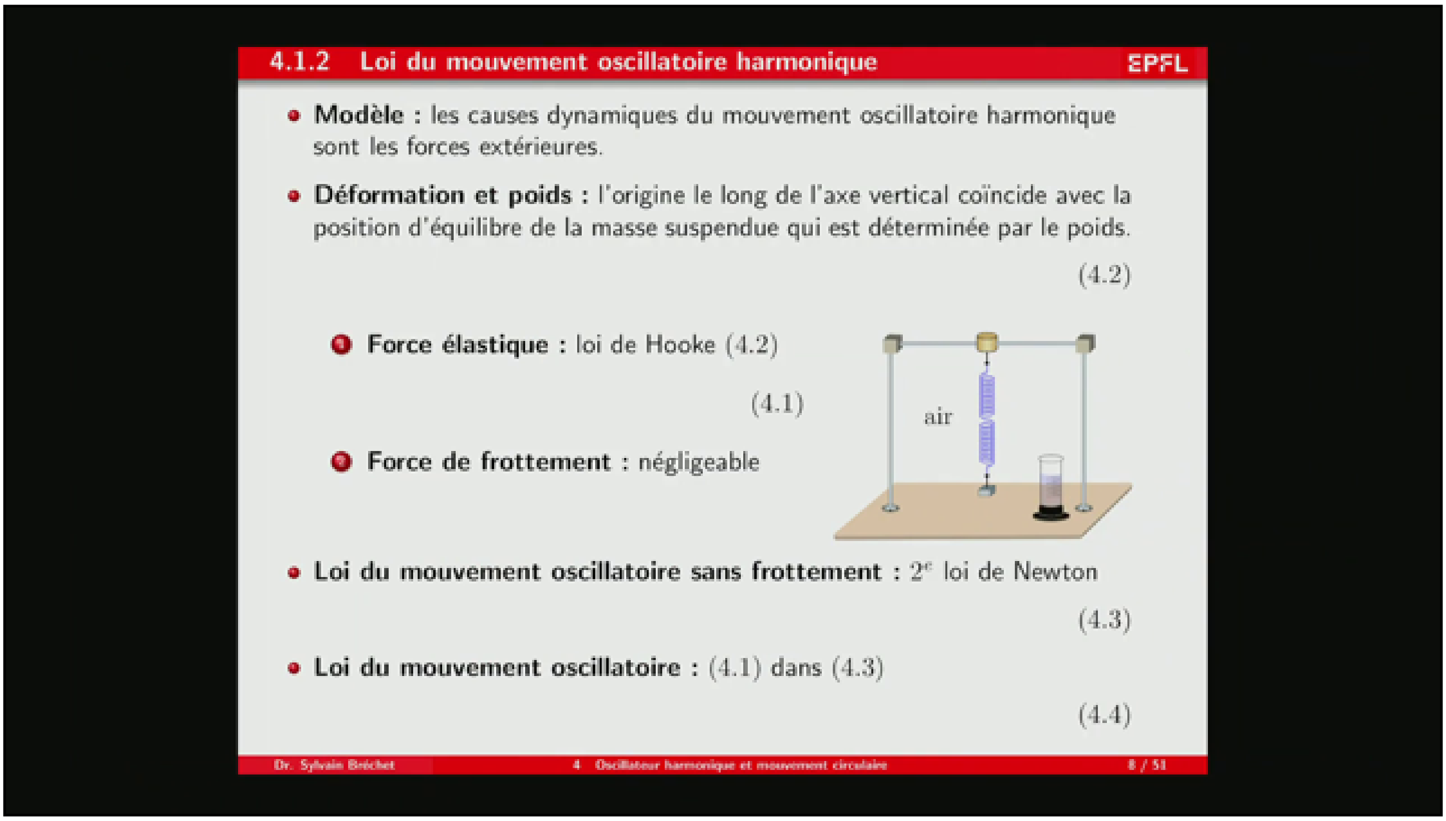
- **Loi du mouvement oscillatoire :** (4.1) dans (4.3)

(4.4)

Dr. Sylvain Bréchet   4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire   8 / 51

notes

résumé



est rapidement réduite. Donc, là, vous voudrez utiliser un modèle d'oscillation harmonique non amortie. C'est absurde. Ce n'est pas possible. Nous sommes obligés de garder à l'esprit. Nous considérerons donc en premier lieu le mouvement d'une masse suspendue dans l'air. pendant un intervalle de temps assez court pour lequel nous pouvons utiliser le mouvement de l'oscillation harmonique sans friction. Et dans un deuxième temps, nous allons introduire la friction. Ce sera assez dangereux. Vous comprenez déjà ce qui se passe sans friction. Vous verrez qu'il y a déjà des surprises très intéressantes dans le modèle de l'oscillation harmonique. Alors lançons-la.

notes

résumé

4.1.3 Equation du mouvement oscillatoire harmonique

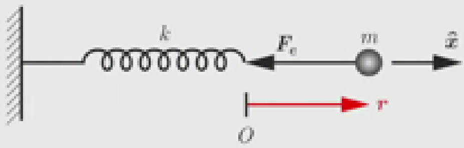
EPFL

- **Loi du mouvement oscillatoire harmonique sans frottement :**

$$m\,\boldsymbol{a} = -\,k\,\boldsymbol{r} \tag{4.4}$$

Dans le cas général, le mouvement oscillatoire harmonique est un mouvement plan. Si la vitesse initiale est nulle, alors le mouvement oscillatoire harmonique est rectiligne.

- **Mouvement rectiligne :** axe Ox



- **Equation du mouvement oscillatoire harmonique :** axe Ox

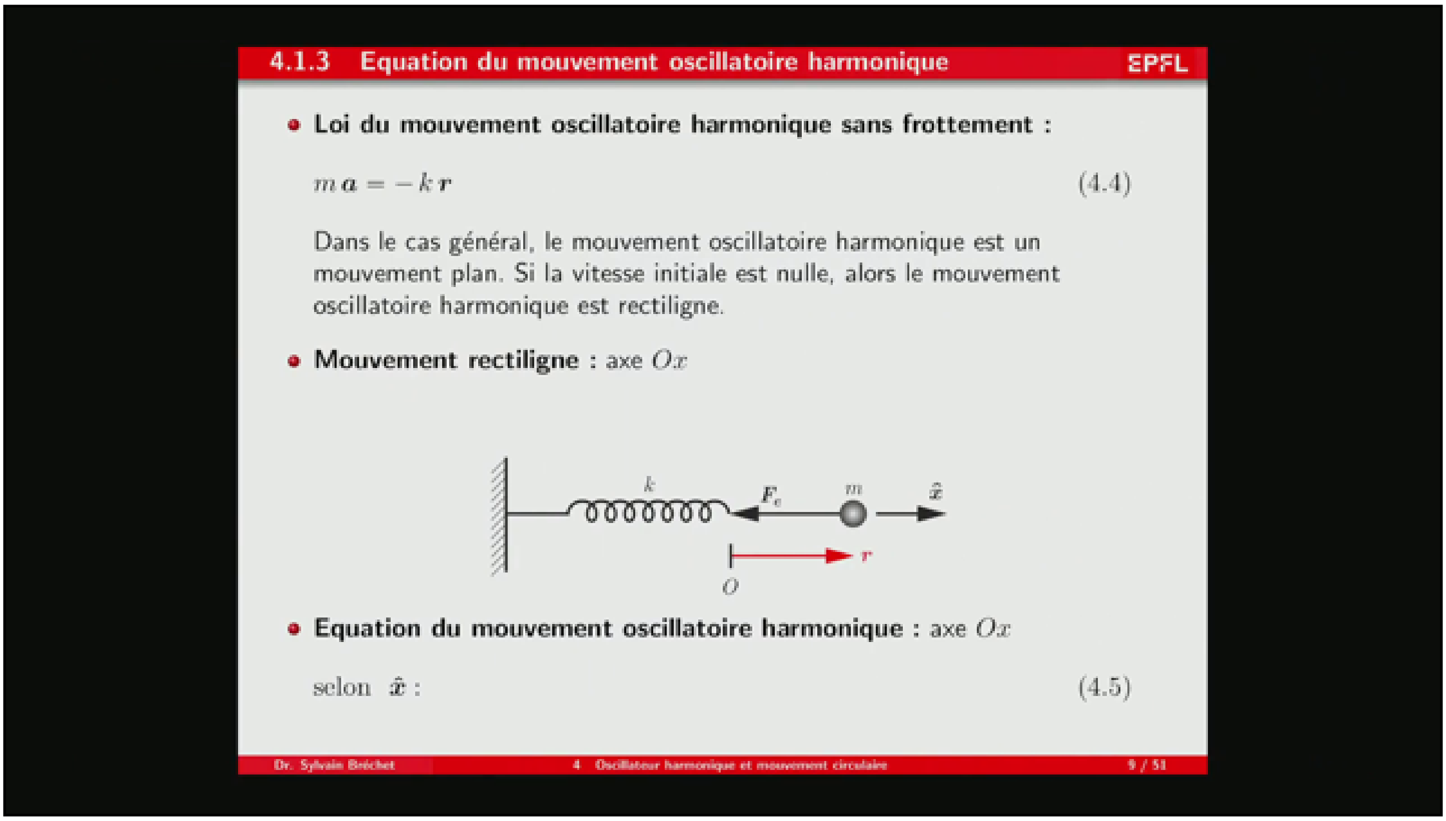
selon $\hat{\boldsymbol{x}}$: (4.5)

Dr. Sylvain Bréchet 4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire 9 / 51

notes

résumé

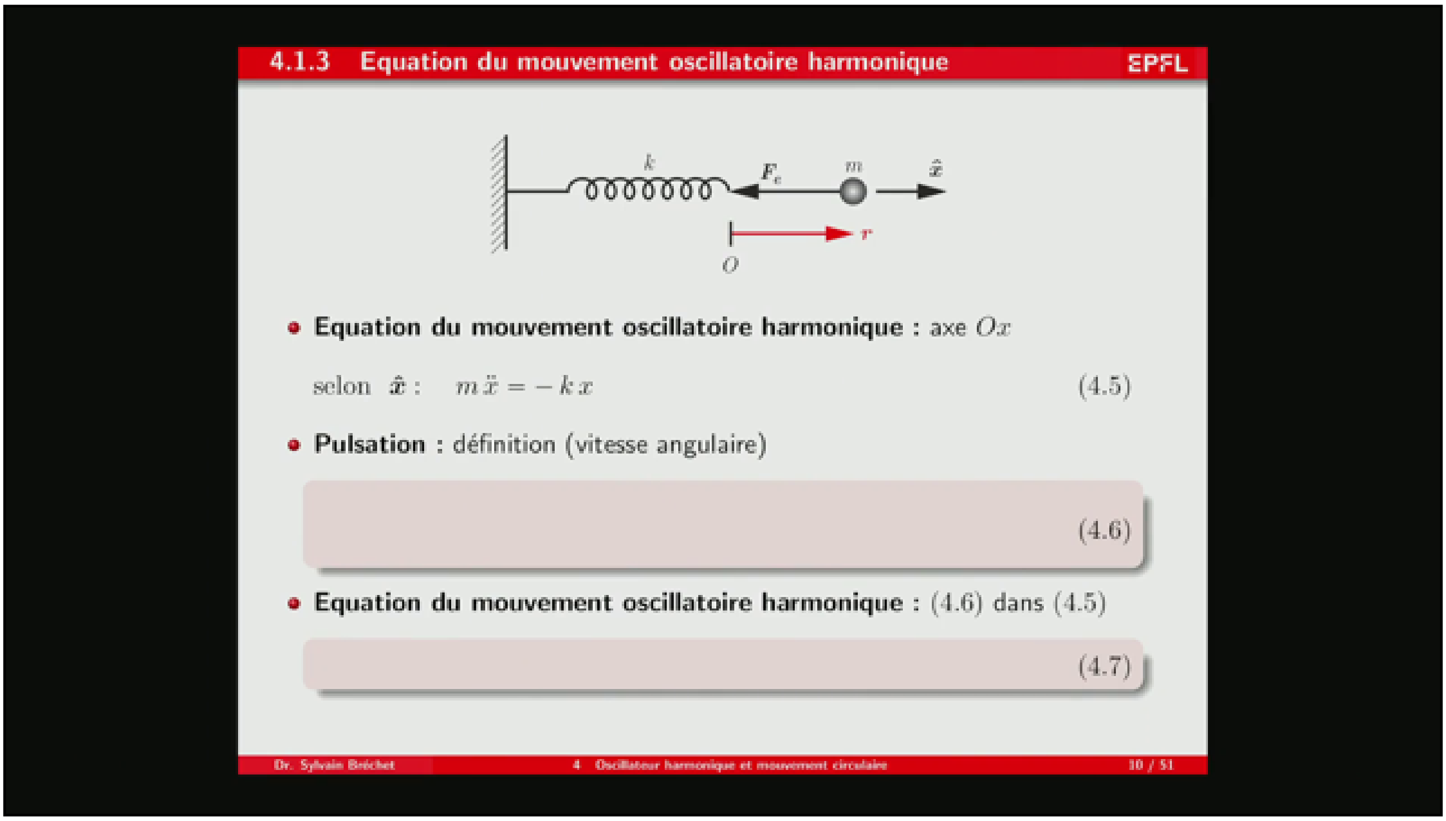
25m 1s



passer? Le poids de la masse provoquera un mouvement de l'extrémité inférieure vers le bas. Et vous atteignez une nouvelle position d'équilibre. C'est cette position, que nous prenons comme origine pour mesurer le mouvement d'oscillation de la masse par rapport à cette position. Nous avons pris en compte le poids implicite en choisissant avec soin notre origine. Mais nous aurions pu le faire en prenant l'origine au sommet, par exemple. Dans certains cas, nous aurions dû tenir compte de la longueur du printemps, ainsi que le mouvement vertical lié au poids. Nous le ferons ensemble cet après-midi. Si vous prenez l'équation, la loi du mouvement vectoriel oscillatoire, qui est ici, Vous avez deux vecteurs cinématographiques qui apparaissent. Accélération et position. Quelle sera la forme générale du mouvement que nous pourrons avoir? Qui pense que c'est un mouvement unidimensionnel? Levez la main. Qui pense que c'est un mouvement tridimensionnel? Levez la main. Qui pense que c'est un mouvement bidimensionnel? Pourquoi le mouvement est-il bidimensionnel? Parce que l'accélération a la même orientation que la position, mais il y a un autre vecteur dont nous n'avons pas parlé. Quel est le vecteur de la vitesse? Si vous avez une vitesse initiale qui n'est pas la longueur du ressort, vous aurez un mouvement dans un avion. C'est la forme générale. Mais ce mouvement ne nous intéresse pas ici et maintenant. Ce qui nous intéresse, c’est le mouvement d’oscillation. dont la vitesse initiale est soit orientée le long de la position, ou simplement il est nul, ce que nous ferons souvent ensemble, à la recherche de solutions particulières. Okay?

notes

résumé

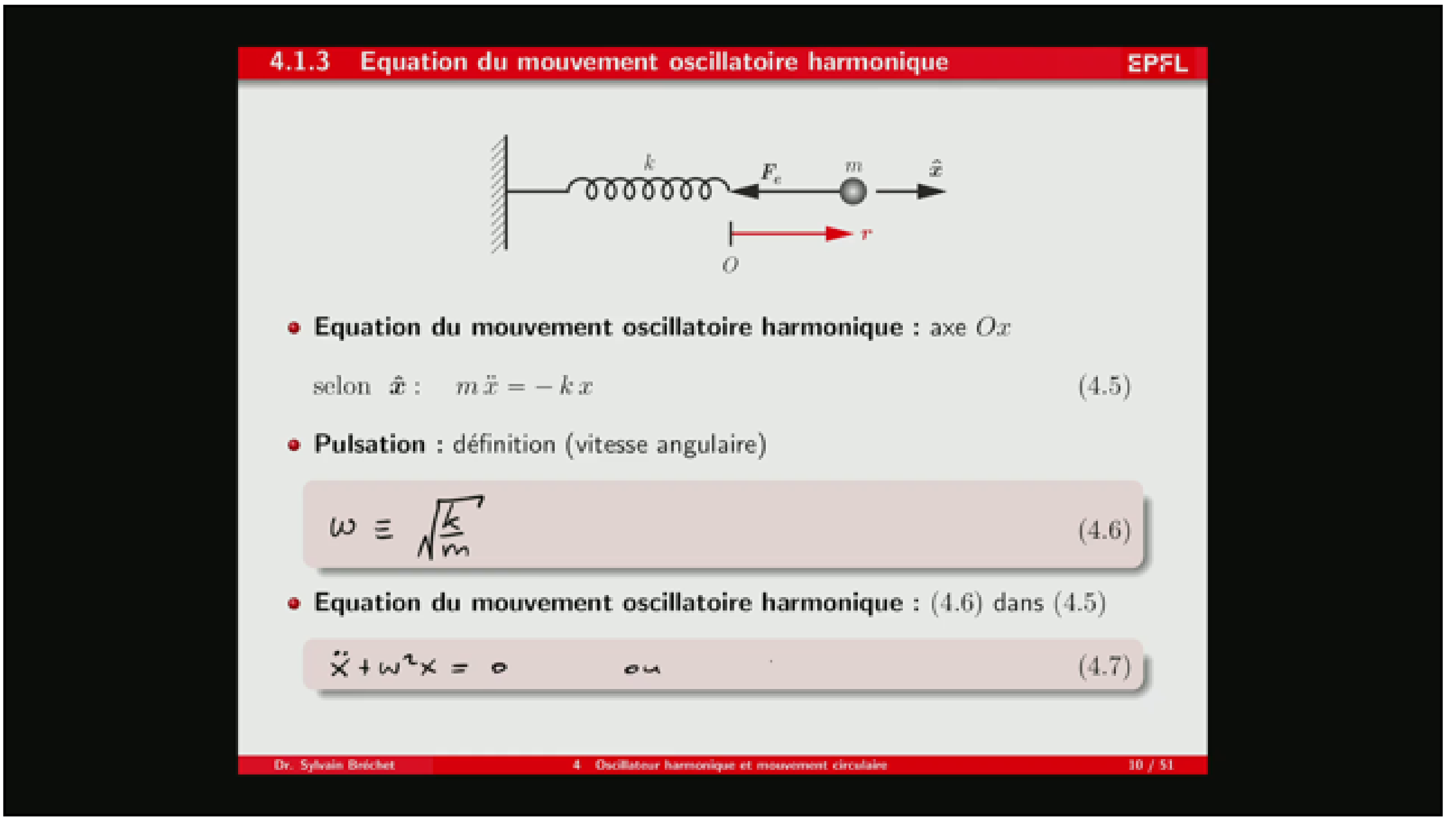


Prenons un mouvement rectilin. Un mouvement rectiligne le long de l'axe horizontal qui est ici. La position vectorielle r sera coordonnée le long de l'axe de l'abcès pour le vecteur unitaire. Correspondant, nous en tirons deux fois plus pour avoir l'accélération qui est x.point. X-shap. Évidemment, nous allons prendre ces deux résultats. Nous les substituons dans la loi sur les motions. Okay? Tous les termes sont x-shapo, et maintenant nous allons simplement identifier les parties scalaires. Okay? Nous nous retrouverons donc à gauche, avec mx.point. et à droite, avec moins de kx. Okay? Alors, devant une téléquation, qu'est-ce qu'on veut faire? Diviser par la masse. Quand on ne sait pas quoi faire, on se divise par la masse. C'est une bonne chose que je te donne. Okay? Alors faisons-le.

notes

résumé

29m 4s

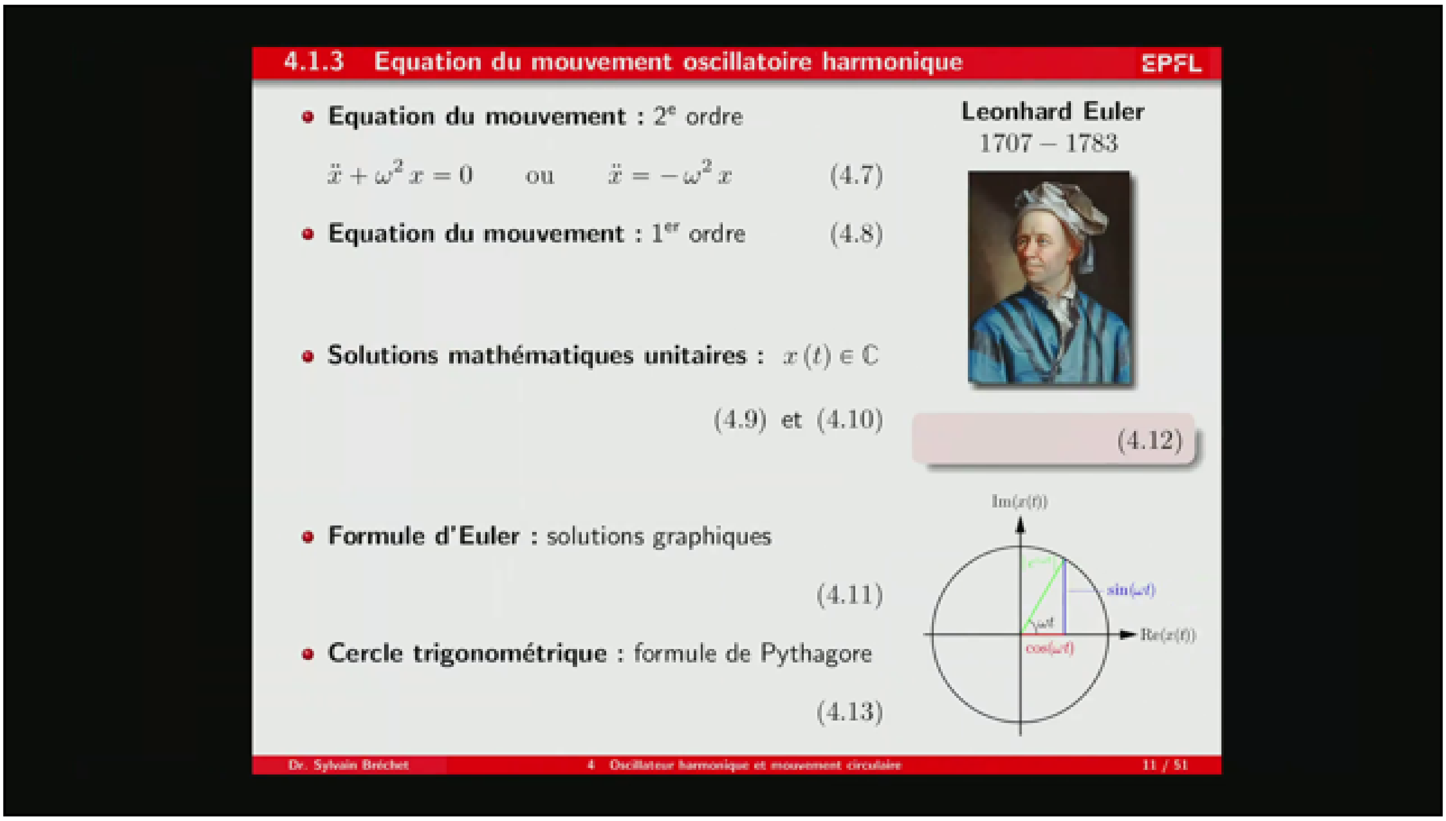


Diviser par la masse. Si nous divisons par la masse, quelle est la grandeur qui apparaît? k divisé par m. k est positif. M aussi. Quelles sont les dimensions de ces deux grandeurs? Dimension physique. La position de coordonnées est les compteurs. L'accélération est le mètre par seconde au carré. Donc, le k divisé par m, doit être la valeur par seconde au carré de 1 sur la seconde au carré. Okay? Il semble être le carré d'un carré, qui est de 1 par seconde. Okay? Ce carré, nous l'appellerons la pulsation, et nous l'écrivons comme oméga. Nous le définissons comme la racine carrée de k divisée par m. Okay? Nous verrons que c'est directement lié à la vitesse angulaire pour un mouvement circulaire correspondent à la saillie, selon un axe. Okay? Nous l'écrivons comme oméga. Maintenant, faisons-le. Diviser par la masse, Nous avons mis tous les termes dans le côté gauche. Nous trouvons l'équation du mouvement d'oscillation harmonique, qui est la suivante. x dot dot plus oméga fois x est égal à 0, ou de manière tout à fait équivalente,

notes

résumé

30m 1s

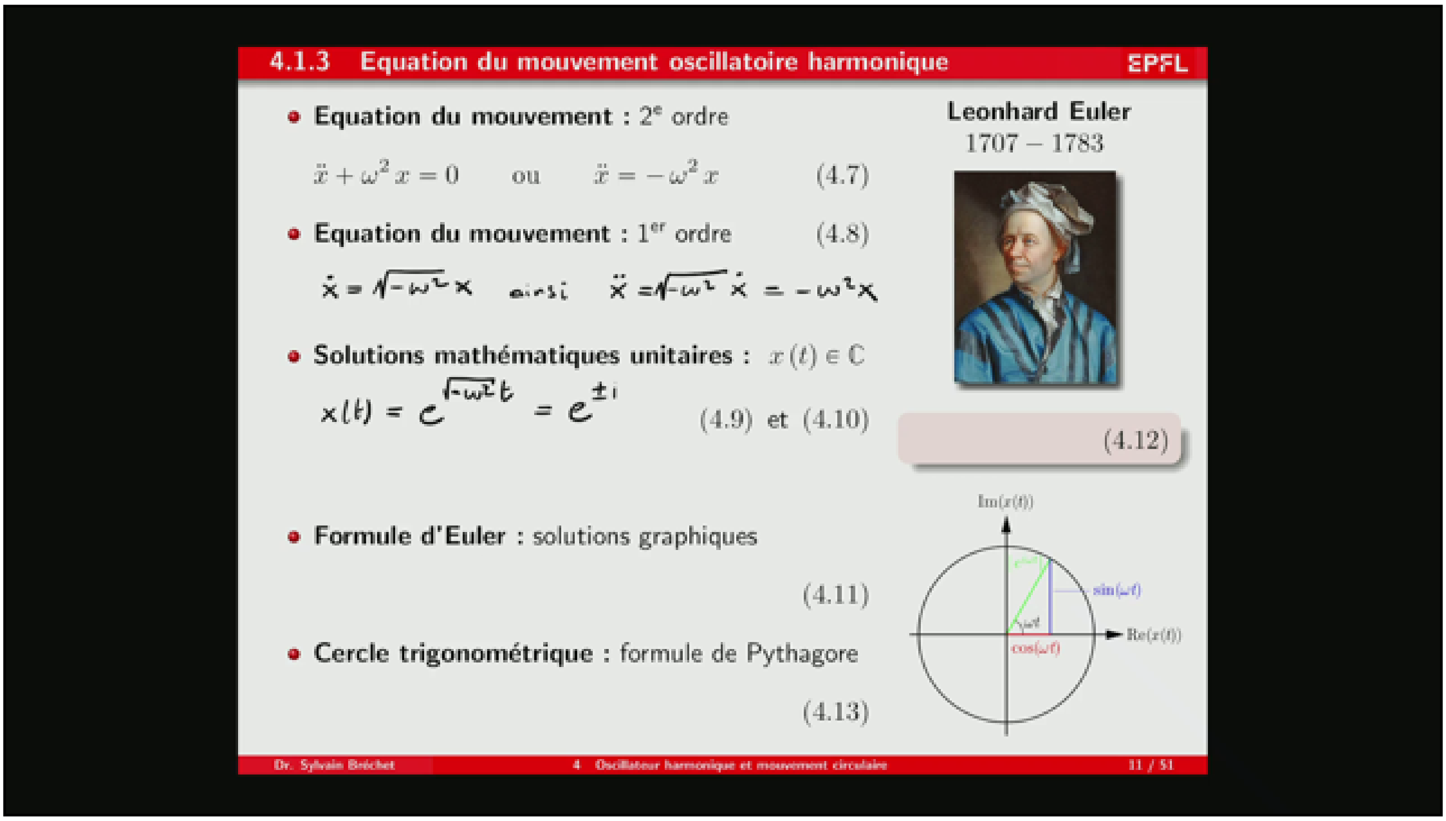


x dot dot est égal à moins oméga fois x. Okay? Okay? Okay?

notes

résumé

31m 10s

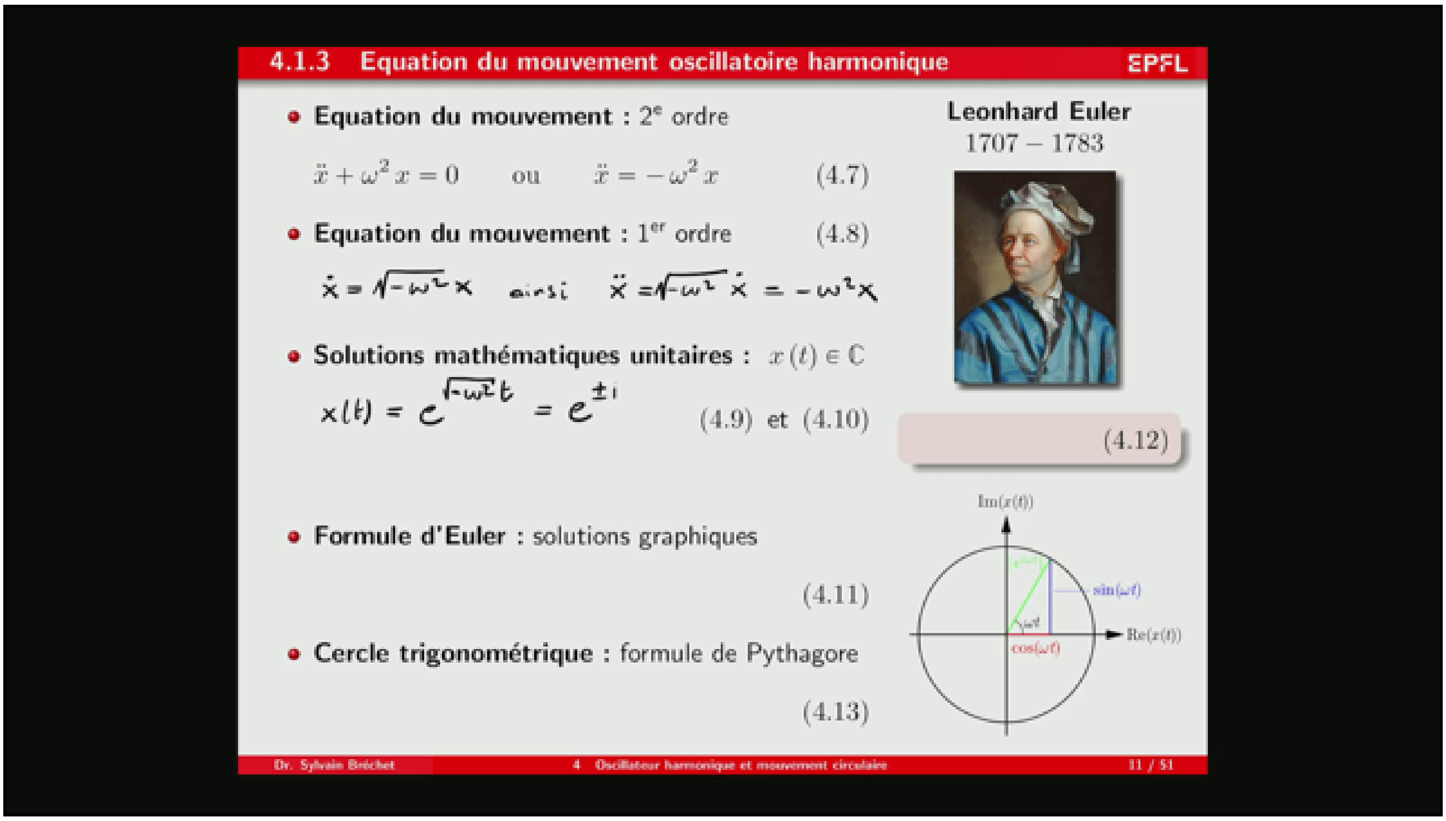


Nous avons donc une équation du deuxième ordre, qui est la forme suivante. Honnêtement, a nous dérange un peu. Pourquoi? Parce que l'équation du premier ordre, nous connaissons la solution. Imaginez que vous avez la dérivée d'une fonction, nous avons pris la vitesse, c'est arrivé, qui est proportionnel à la fonction, à la solution, qu'est-ce que c'est? C'est une exponentielle, dont l'argument, qui est une fonction du temps, est le produit du facteur de proportion multiplié par le temps. C'est la solution. Okay? So, Supposons que nous ayons une telle situation, Le point x est proportionnel à x. Okay? Si nous obtenons deux fois une exponentielle par rapport au temps, nous aurons le carré du facteur qui apparaît. En d'autres termes, Imaginons maintenant que nous aurions une équation du premier ordre, qui serait équivalent, qui serait le suivant, x point, il est la racine carrée de moins oméga carrés fois x. Voyons si cette équation est l'équivalent de l'équation qui s'écrit juste au-dessus. Okay? Pourquoi? Parce que nous avons évidemment le droit, Si c'est vrai, pour dériver cela en relation avec le temps. Faisons-le. Nous avons donc x dot dot, qui est égale à la racine carrée de moins oméga carré, que nous prenons, qui est un nombre, multiplié par x. Ou, si c'est vrai, Notre point x est lui-même la racine carrée de moins oméga fois carrés x. Et donc x dot dot est le produit de la racine carrée de moins oméga carré Avec le même X. Donc, c'est la racine carrée de la racine carrée de moins oméga fois carrés x, qui est évidemment moins oméga carrés fois x, Ce qui est qfd. Okay? Nous avons donc ramené notre équation différentielle du deuxième ordre. à une équation différentielle équivalente au premier ordre. Et c'est là qu'il sera payé. Parce que lorsque nous avons eu la dérivée temporaire de la vitesse, qui était proportionnelle à la vitesse, La

notes

résumé

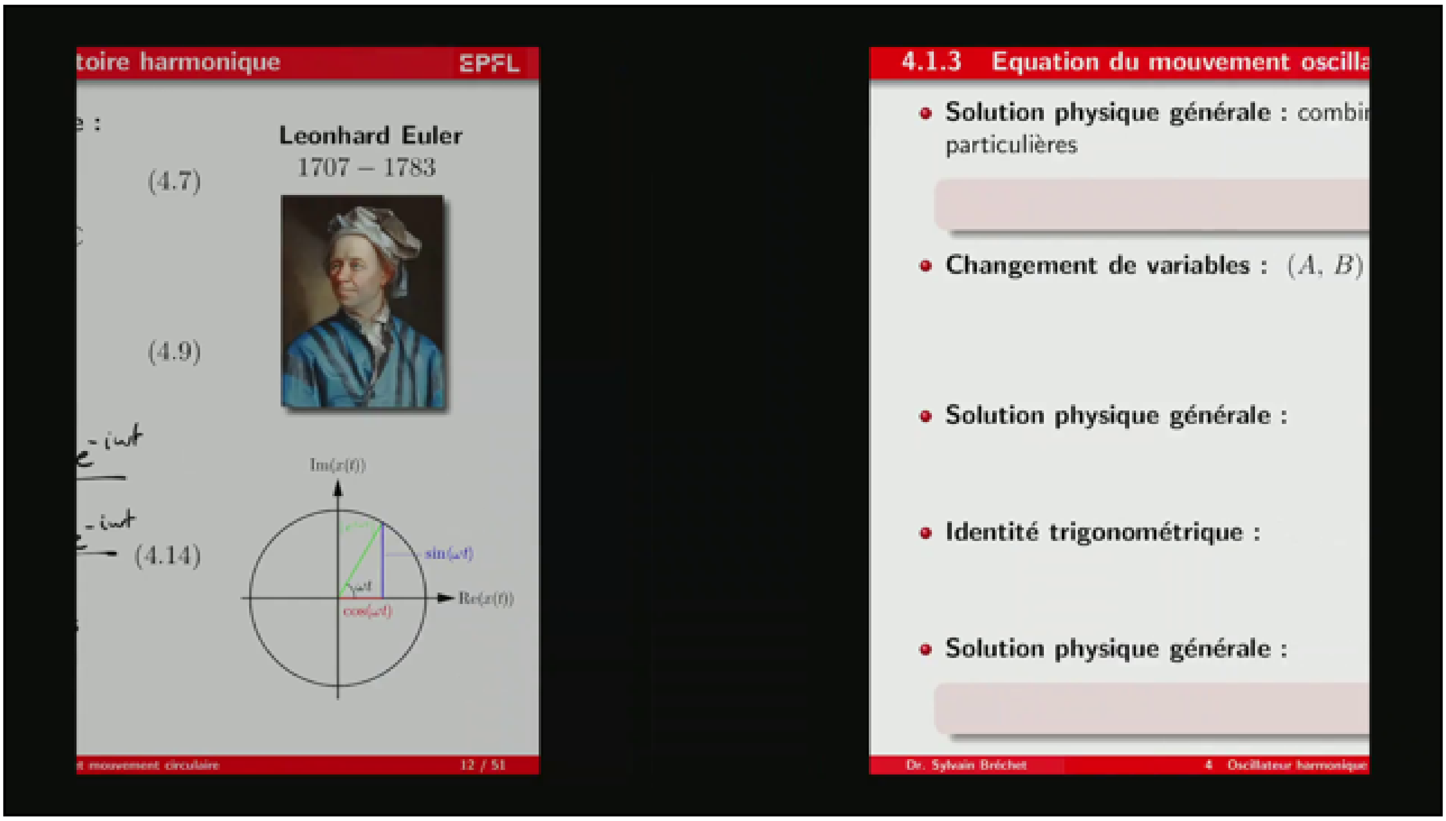
31m 23s



solution était exponentielle. Donc, clairement, nous aurons une solution mathématique qui est la suivante. x dot dot sera l'exponentielle de la racine carrée de moins oméga carrés fois t. Alors vous direz, nous avons un petit problème. Le carré oméga est clairement positif. Il y a un signe moins en face. Donc, l'argument qui est sous la racine est négatif. En effet, il est très négatif. Alors, comment pouvons-nous calculer cela? Eh bien, nous pouvons multiplier la racine carrée de moins 1 par oméga. La racine carrée de moins 1 par 2 est plus ou moins i. Nous avons donc deux solutions complexes,

notes

résumé

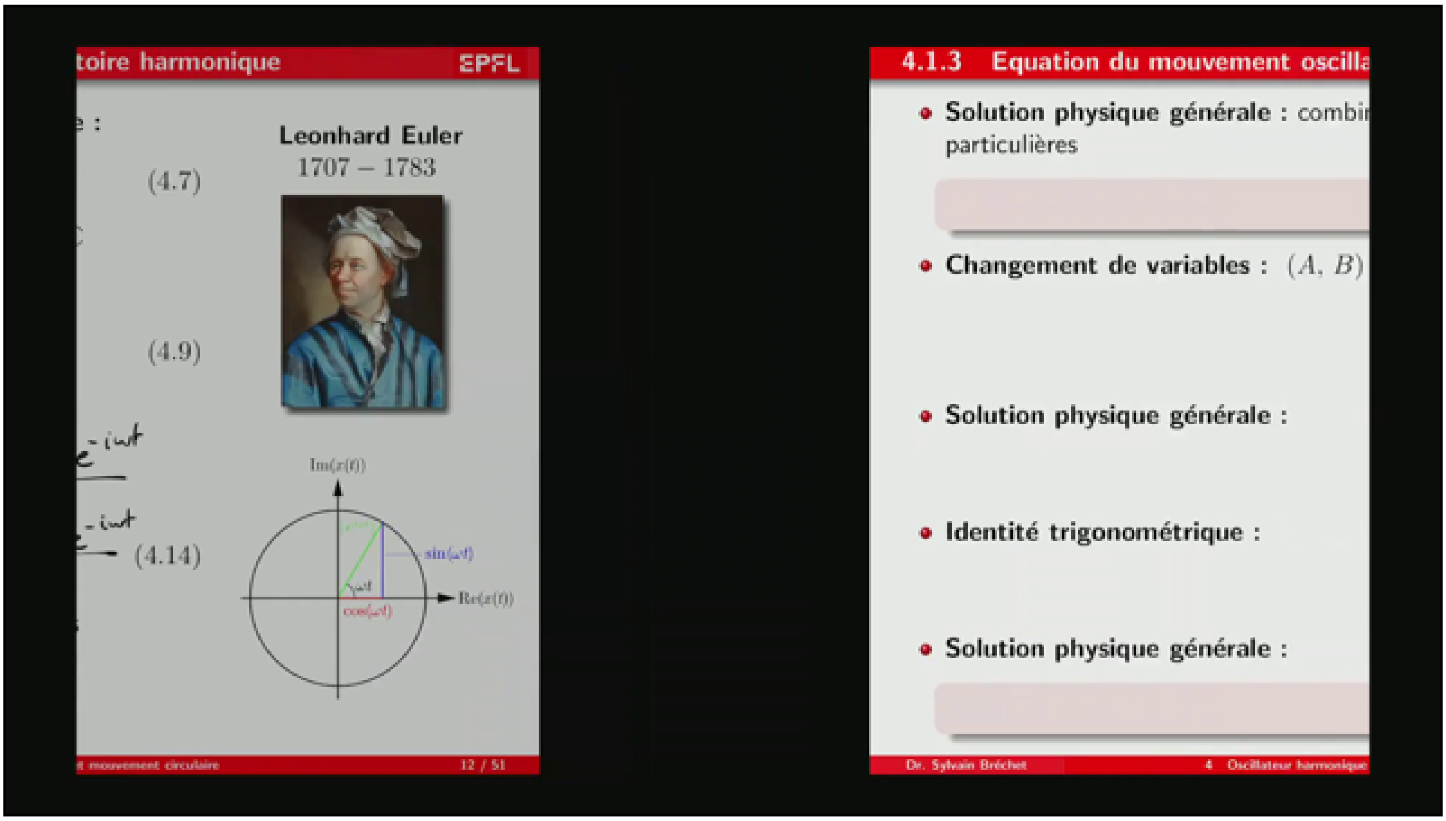


soit l'exponentielle de plus ou moins i oméga carré. C'est donc une solution mathématique. En fait, c'est un nombre complexe. Okay? Alors, quelle est cette exponentielle de plus ou moins i oméga t? C'est tellement important, pour la poursuite de vos études en physique et physique, que nous allons calculer ensemble le module de cet exponentiel de plus ou moins i oméga t. Donc le module d'un carré de nombres complexes, Vous l'avez vu, je pense, dans le cours d'algèbre, oui? No? Eh bien, je vais vous le dire. Donc, l'exponentielle de plus ou moins i oméga t, Si nous prenons sa racine carrée, Donc le module, si vous voulez, est la distance qui sépare le point dans le plan d'origine complexe. Le module racine carrée, il doit évidemment s'agir d'un nombre réel, que nous obtiendrons comment? En multipliant l'exponentielle de plus ou moins i oméga t par son complexe conjugué, qui est l'exponentielle de moins ou moins d'oméga t. Okay? Quand il y a un plus, il y a un moins, Quand il y a un moins, il y a un plus. Donc maintenant, le produit exponentiel, est l'exponentielle de la somme ou de la différence. Nous pouvons donc écrire ceci comme l'exponentielle de plus ou moins i qui multiplie les omégas moins les omégas, C'est donc l'exponentielle de zéro, Et celui-là, vous le savez bien, il en est un. Qu'est-ce qu'on vient de faire? Nous venons de montrer que ces solutions, l'exponentielle de plus ou moins i oméga t, se trouvent sur un cercle de rayons unitaires, dans le plan Gauss, le plan complexe. Vous avez ici la partie réelle de ce nombre complexe x, et vous avez ici la partie imaginaire. Je vous rappelle que la partie imaginaire est un nombre réel. Il est multiplié par x, il devient imaginaire. Donc, vous avez un point quelque part sur ce cercle. Très bien. Nous allons donc déduire graphiquement

notes

résumé

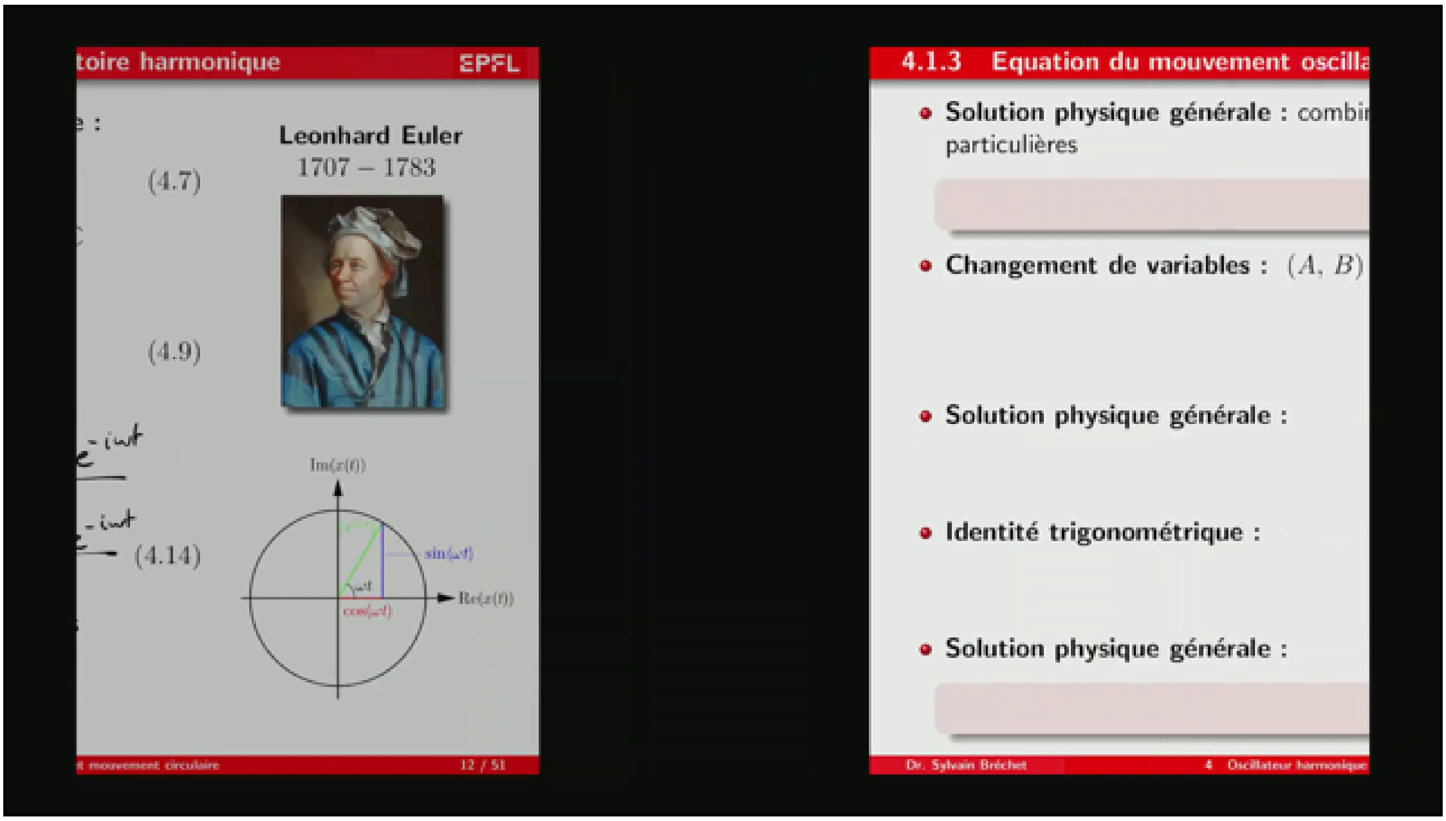
34m 13s



la formule de l'air. Vous le ferez en analyse avec des développements limités. Nous allons simplement le visualiser, la réponse. Donc, x2t est l'exponentielle de plus ou moins i oméga t. Nous aimerions le réécrire en fonction de ces parties réelles et imaginaires. Comment allons-nous faire? Eh bien, nous avons un point quelque part sur ce cercle. Supposons que le point est ici. Prenons ce point pour l'exponentielle de plus i oméga t, donc l'exponentielle de l'oméga t. Donc, son module est la rayonne qui est ici en vert. Il en voit un. Donc nous faisons de la trigonométrie, nous avons une trigonométrie en grec. Donc, si nous prenons une rayonne 1 que nous projetons sur l'axe horizontal, Qu'est-ce qu'on va trouver? Le cosinus de l'angle. Quel est cet angle? Eh bien, cet angle va être oméga au carré. Pourquoi? Omega a une dimension de 2ème ou 1er. Le temps est à la deuxième place. Omega au carré est un angle de dimension zéro. Donc, le cosinus de l'oméga t est ici. C'est la projection de l'hypoténuse, qui est l'exponentielle de i oméga t sur l'axe horizontal. Et si nous projetons parallèlement à l'axe imaginaire, nous obtenons, selon le ktheta ici, la partie imaginaire, qui est le sinus de l'oméga t. Donc, l'exponentielle de l'oméga t est le cosinus de l'oméga t plus i fois le sinus de l'oméga t. Maintenant, si vous prenez la conjugaison complexe du point ici, c'est le sinus qui changera son sinus, remplacé par le sinus de l'oméga t. Donc, la formule générale est le cosinus de l'oméga t plus ou moins sinus d'oméga t. Et derrière cette formule, La plus belle formule de toutes les mathématiques que vous connaissez peut-être, probablement. Cette formule que nous allons trouver dans un angle teta, qui est oméga t, qui est oméga t. Donc, remplaçons l'oméga t par pi. Prenons l'exponentielle de i pi, qui coïncide avec l'exponentielle

notes

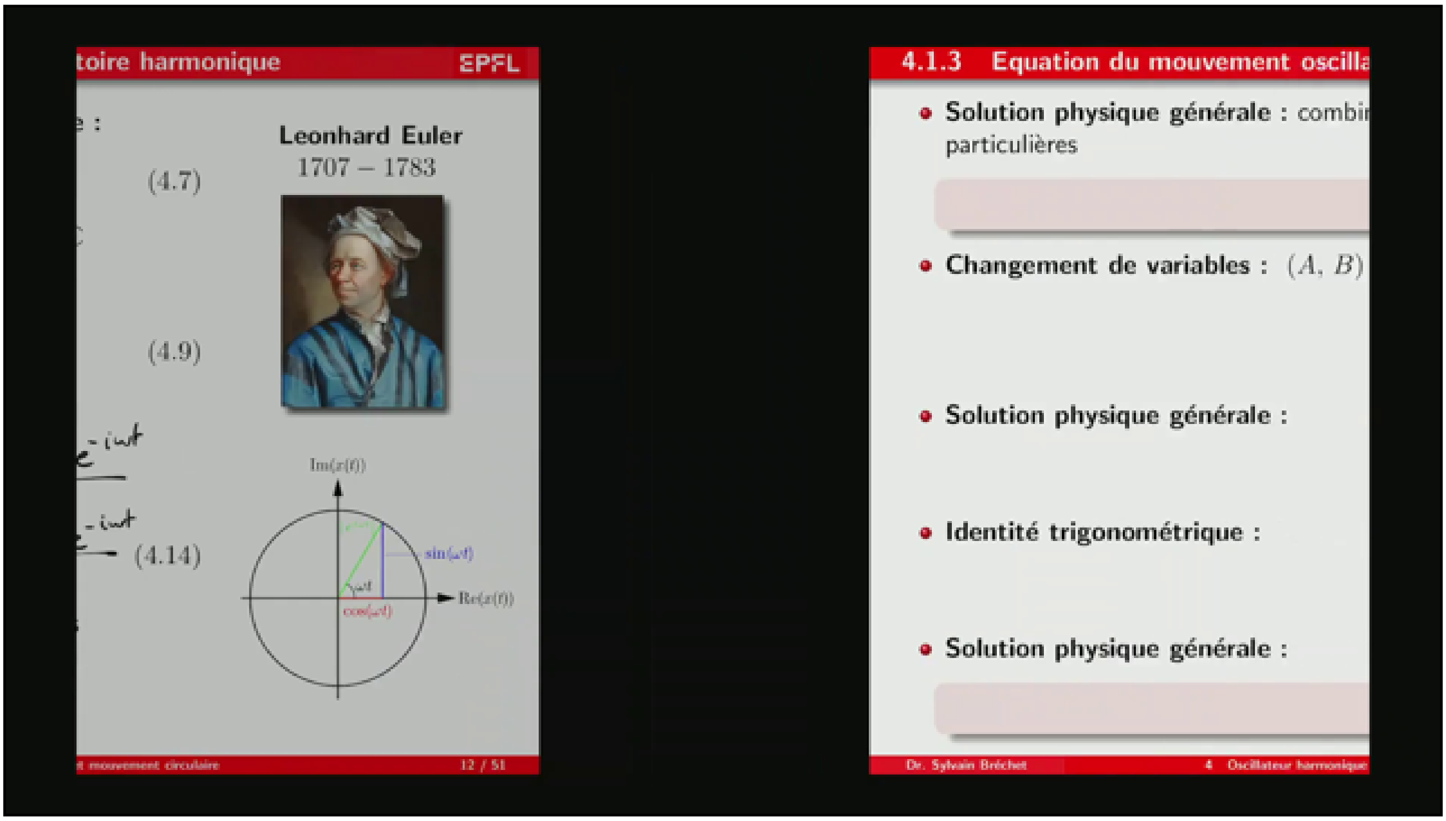
résumé



de moins i pi. Qu'est-ce que l'exponentielle de i pi? C'est le cosinus de pi, qui est moins 1. Plus i fois le sinus de pi, ou moins i fois le sinus de pi, et le sinus de pi est nul. Donc, l'exponentielle de i pi est moins 1, Mais ce n'est pas comme ça qu'il faut l'écrire. C'est l'exponentielle de i pi plus 1, qui est nulle. Pourquoi est-ce la plus belle formule des mathématiques? Parce que vous avez l'élément neutre par rapport à l'addition, qui est nulle. Vous avez l'élément neutre par rapport à la multiplication, qui est un. Vous avez l'addition qui est cachée ici, la multiplication qui est cachée, L'argument exponentiel. Vous avez la fonction qui vit, qui est l'exponentielle. Vous avez le nombre imaginaire et le nombre transcendant, Tout cela dans la même équation, et c'est tout. Nous aurions voulu dire, fabriqué en Suisse, même si ce n'est pas vrai, Leonardo de Huyler est à l'origine suisse. Je ne pense pas qu'il l'ait découvert en Suisse. Au lieu de cela, il l'a publié pas très loin d'ici. Y a-t-il quelqu'un qui a une idée où il a publié son analyse précise? A Lausanne. Vous êtes ici à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, à la même source de connaissances. Il faut le dire. Alors, regardez ce verre de Plessis. Dans ce Plessis Glass, vous avez un vieux billet de banque d'une série qui s'est arrêtée à la fin des années 90, la fin des années 90. C'est une série sur laquelle, sur la note de Diffran, Vous avez l'effigie de Leonardo de Huyler. Et Pierre Simon, le lieu de la marque, dit : Lis, lis, Euler, il est notre maître à tous. Euler a tout révolutionné en mathématiques. Il a révolutionné beaucoup de choses en physique. En outre, le monde serait différent si Euler n'existait pas. Euler a publié plus de 500 publications scientifiques de sa

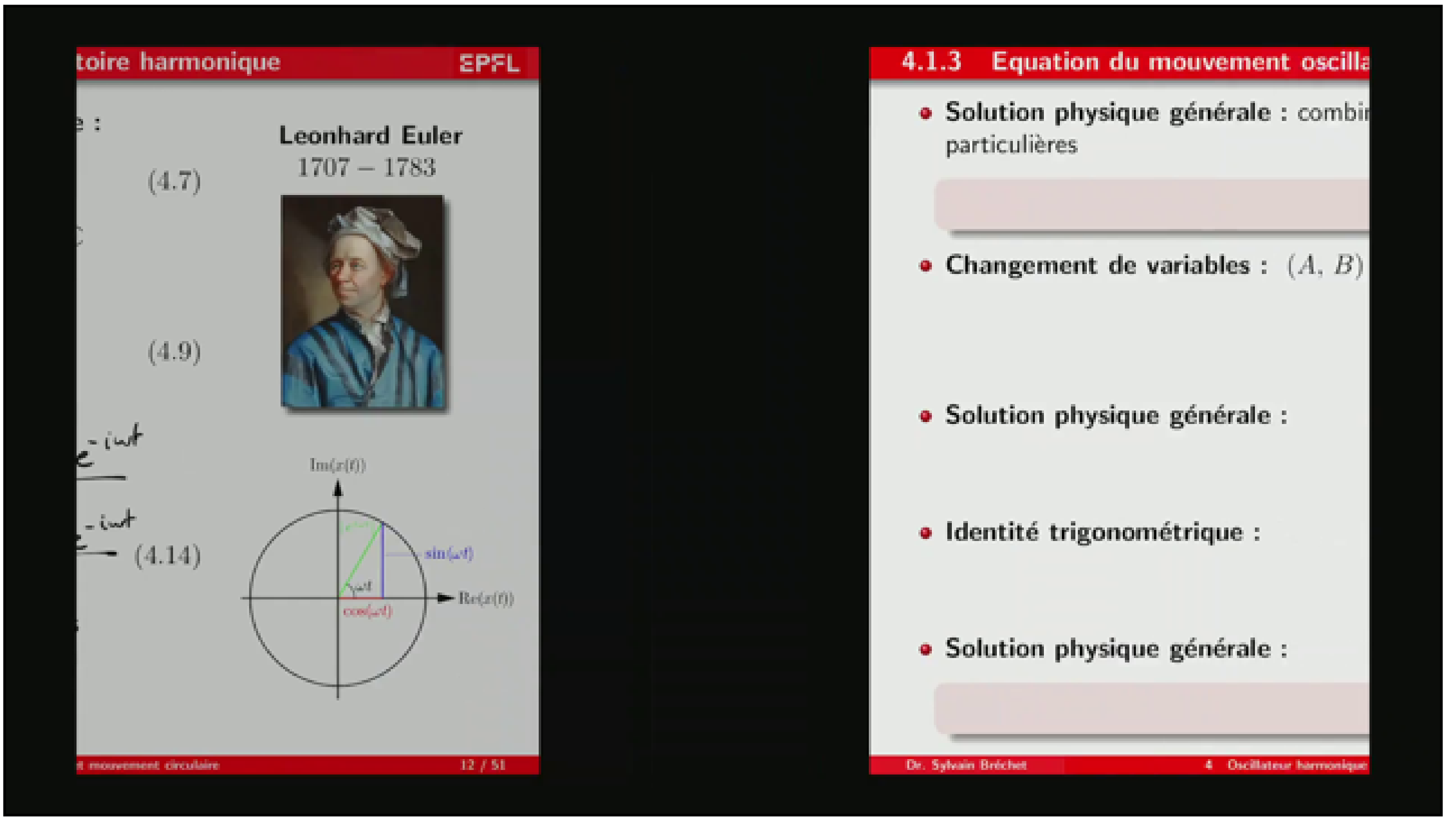
notes

résumé



notes

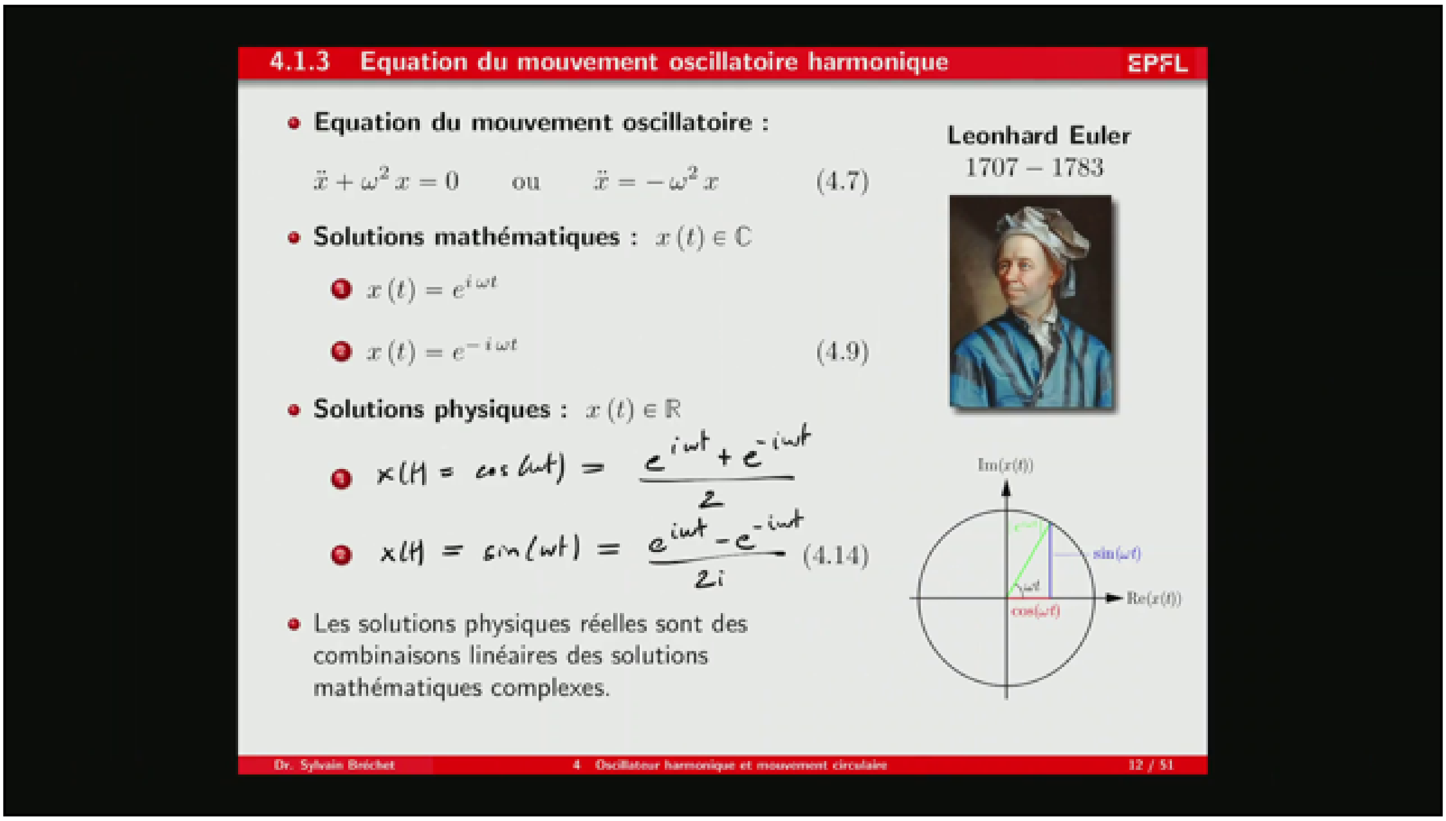
résumé



de moins i oméga t divisé par 2, qui dans le passé vous donne la formule du cosinus, exprimée en termes exponentiels, en termes d’arguments imaginaires. D'autre part, x2t peut aussi être la partie imaginaire de notre exponentiel, C'est-à-dire le sinus de l'oméga t. Comment obtenir la partie imaginaire? Eh bien maintenant, au lieu d'ajouter la solution et sa conjugaison complexe, qui est symétrique par rapport à l'axe réel, nous prendrons leur différence. On aura donc deux fois la partie imaginaire multipliée par le nombre imaginaire i. Donc, nous devrons prendre cette différence et diviser par 2. Nous aurons donc l'exponentielle de i oméga t moins l'exponentielle de moins i oméga t divisée par 2. Donc ces solutions, les vraies solutions, nous intéresseront, même si des solutions imaginaires reviendront sur le devant de la scène lorsque nous traiterons de l'oscillateur harmonique, amorti.

notes

résumé

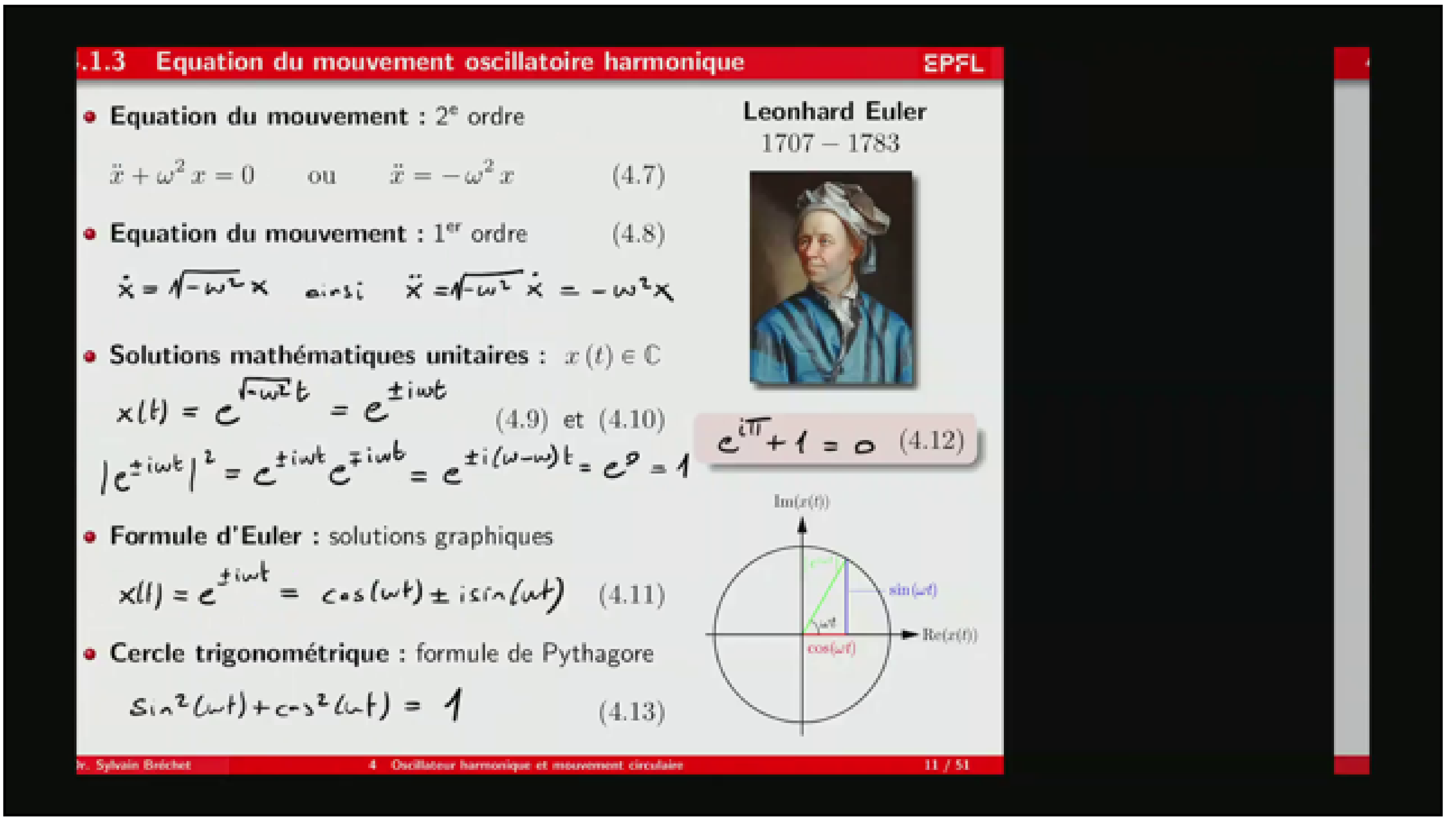


Alors écrivons notre solution physique générale. Encore une fois, nous appelons l'algébrique, qui nous dit que si nous avons deux solutions possibles, la solution générale est une combinaison linéaire de ces solutions avec des coefficients qui ne dépendent pas de la variable. On aura donc un coefficient a, qui multiplie le cosinus d'oméga t plus un coefficient b, qui multiplie le sinus de l'oméga t, où a et b sont simplement les nombres réels. C'est donc une bonne question. Pour arriver à un complexe x-quay, la seule solution est de faire des combinaisons linéaires de nos solutions complexes, et c'est un petit point que j'ai oublié de mentionner, l'exponentielle de i oméga t et l'exponentielle de moins i oméga t sont linéairement indépendantes. Nous avons donc deux solutions linéairement indépendantes. Nous trouverons donc d'autres solutions linéairement indépendantes, mais réelles. Le seul moyen est de faire une combinaison linéaire mais de danser. Nous avons le droit de multiplier ou de diviser par des nombres complexes. C'est pourquoi nous avons divisé par 2 i pour trouver le sinus et par 2 pour trouver le cosinus. Ce qui suit, comme nous l'avons dit dans l'épisode suivant, nous allons voir maintenant que nous allons trouver la solution habituelle de l'oscillateur harmonique avec l'amplitude et l'angle de phase, à la suite d'un changement de variable juste après le pont.

notes

résumé

43m 32s

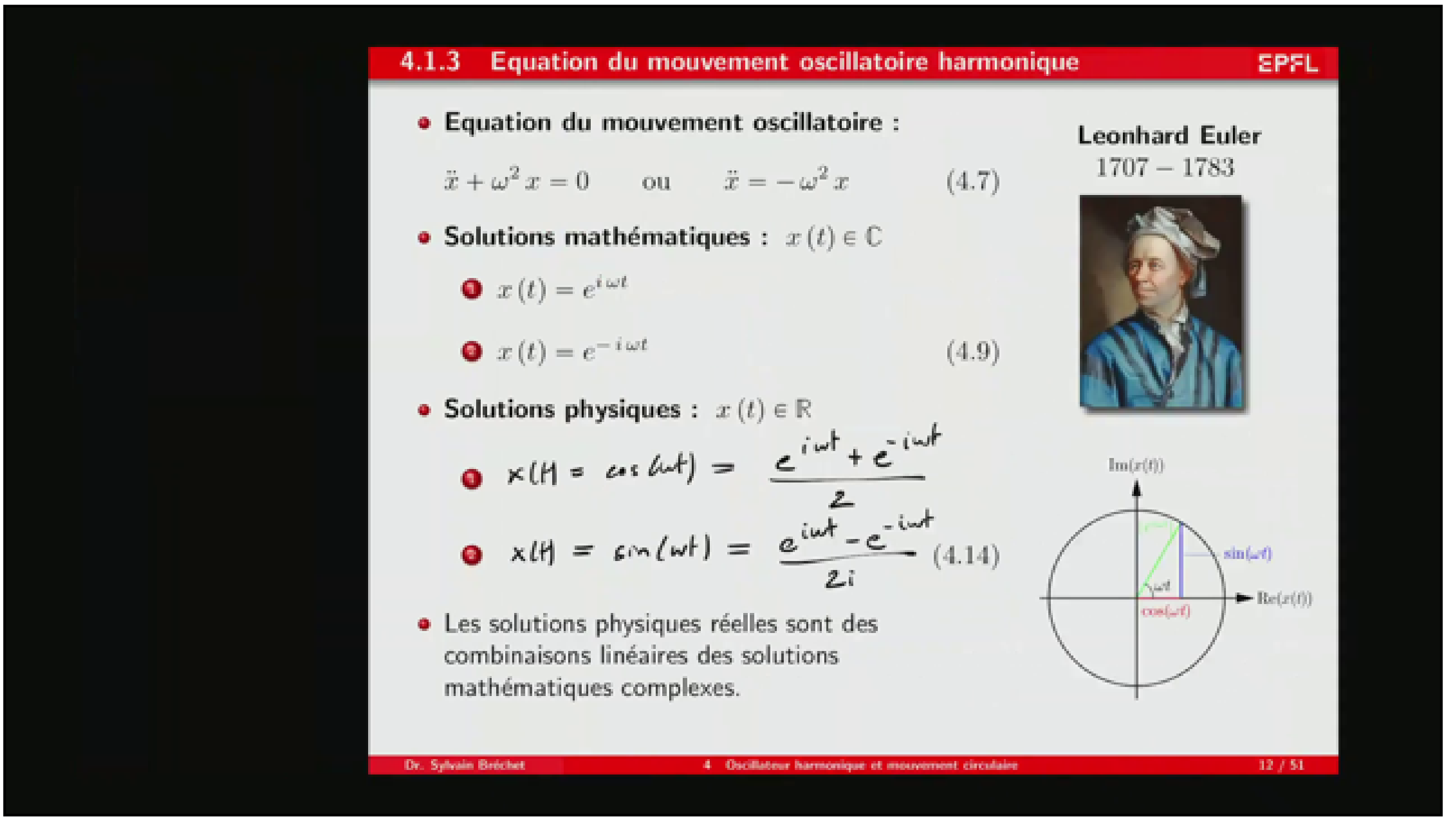


J'ai eu quelques questions pendant la pause. Je me permets de rebondir sur eux parce que, en général, quand il y a un ou deux ou trois étudiants qui posent une question, Cela signifie qu'il y a 50 personnes ou plus dans la salle qui posent la même question. Donc, typiquement, si vous prenez le sinus et le cosinus, ils n'ont pas besoin d'être normés. Il s'avère que les exponentielles avec des arguments imaginaires sont normées. Ils sont normés par 1. Mais si nous exprimons des solutions d'une certaine manière, il n'est pas nécessaire d'exiger cela. Comment savons-nous que ce sont des solutions? C'est une combinaison complexe de solutions, mais si vous voulez avoir un cœur clair, ce que vous pouvez faire est de prendre ces solutions, calculer les dérivées secondes, calculer les dérivées secondes de la fonction sinus et cosinus. Le premier dérivé est le cosinus. La dérivée du cosinus est alors inférieure au sinus. Et c'est la dérivée externe. Il y a aussi l'argument que lorsque nous dérivons oméga t par rapport à oméga t, nous avons oméga k. Ainsi, vous constaterez que vous commencez par le sinus ou le cosinus. Vous trouverez avec moins d'oméga k fois la fonction de départ. Vous voyez que c'est une solution physique acceptable. Le problème qui vous intéresse deux solutions sont linéairement indépendantes.

notes

résumé

45m 27s

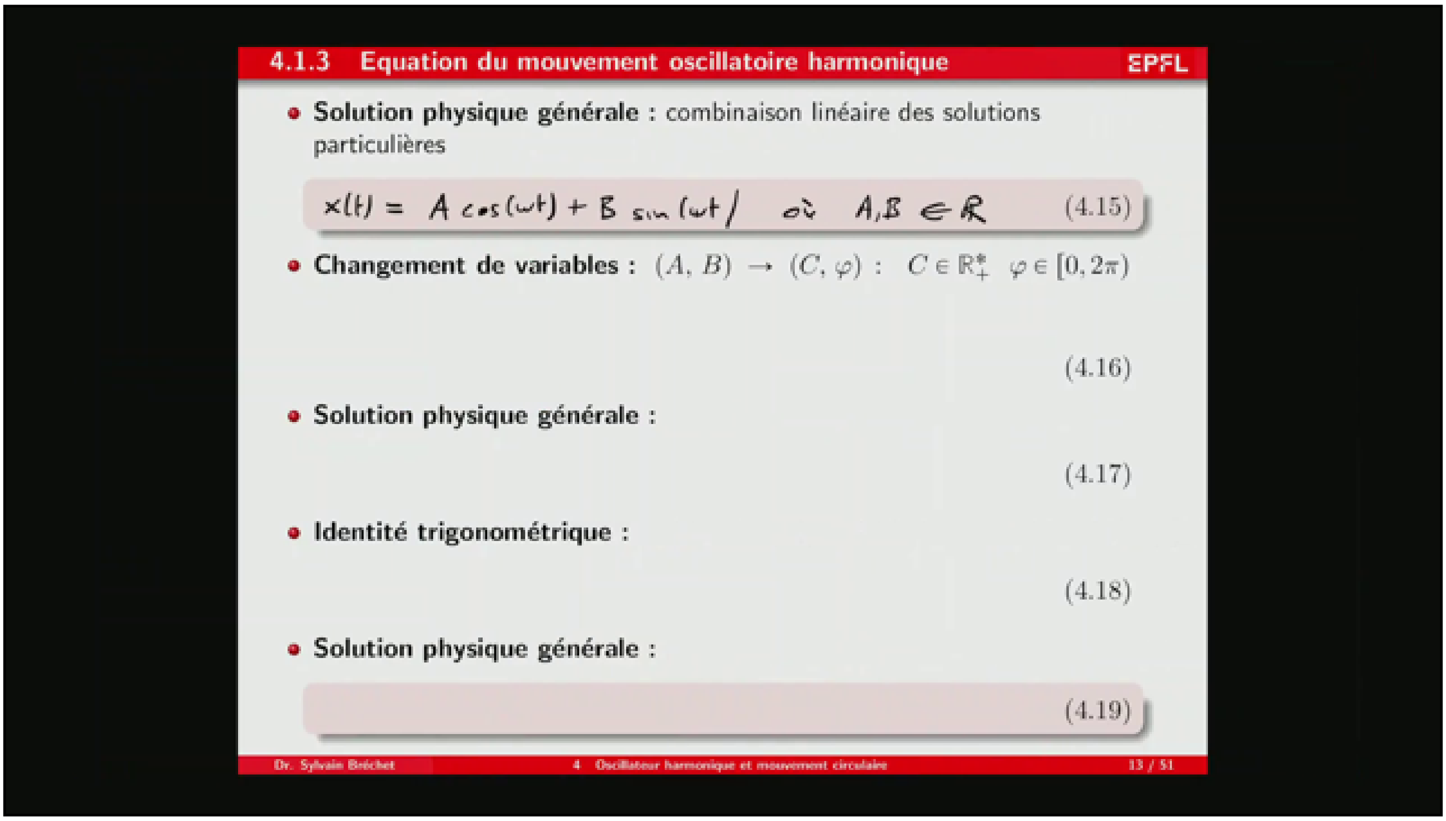


Et en prenant cette équation, je ne l'ai pas fait explicitement, mais nous pourrions écrire que x est dx sur dt. Nous avons un x à droite, nous divisons par x, nous multiplions par dt. Nous intégrons à gauche, nous nous retrouvons avec un log de x, qui est alors égal à la racine carrée de mea carré fois t. À droite, nous prenons l'exponentielle de l'autre partie, et nous voyons que la solution pour un x de t est l'exponentielle de la racine carrée de mea carrés fois t. C'est exactement la même approche que celle que nous avons suivie pour le mouvement balistique avec Frottemann. Prenez un mouvement le long de l'axe des abcès, c'est la même structure. Après la racine carrée de mea carré, ce sera la racine carrée de mea 1, qui est plus ou moins z, fois mea.

notes

résumé

46m 59s

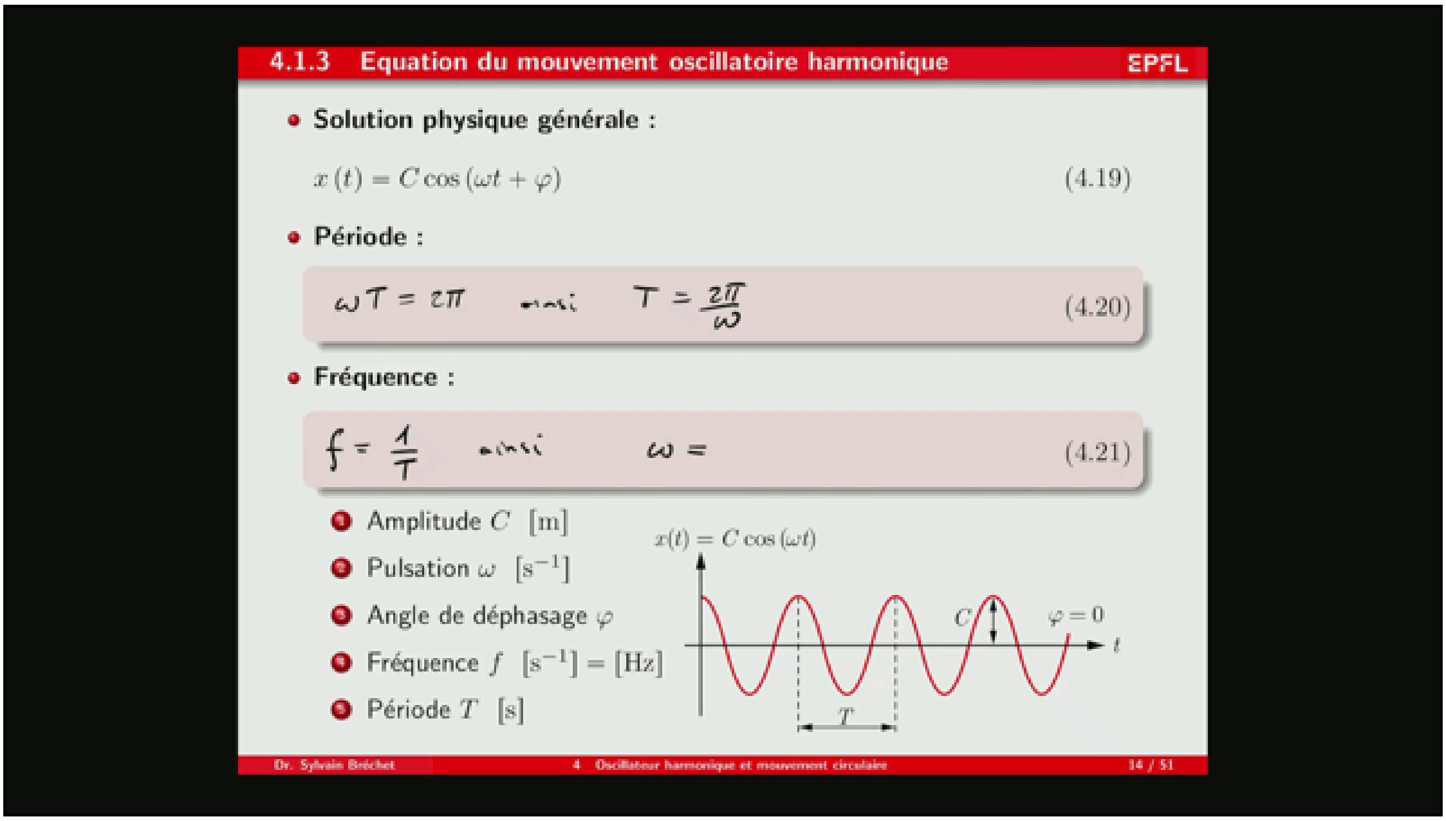


Et après ce que nous avons fait, nous avons ré-exprimé des solutions complexes, conjuguées en termes de parties réelles et imaginaires.

notes

résumé

48m 1s

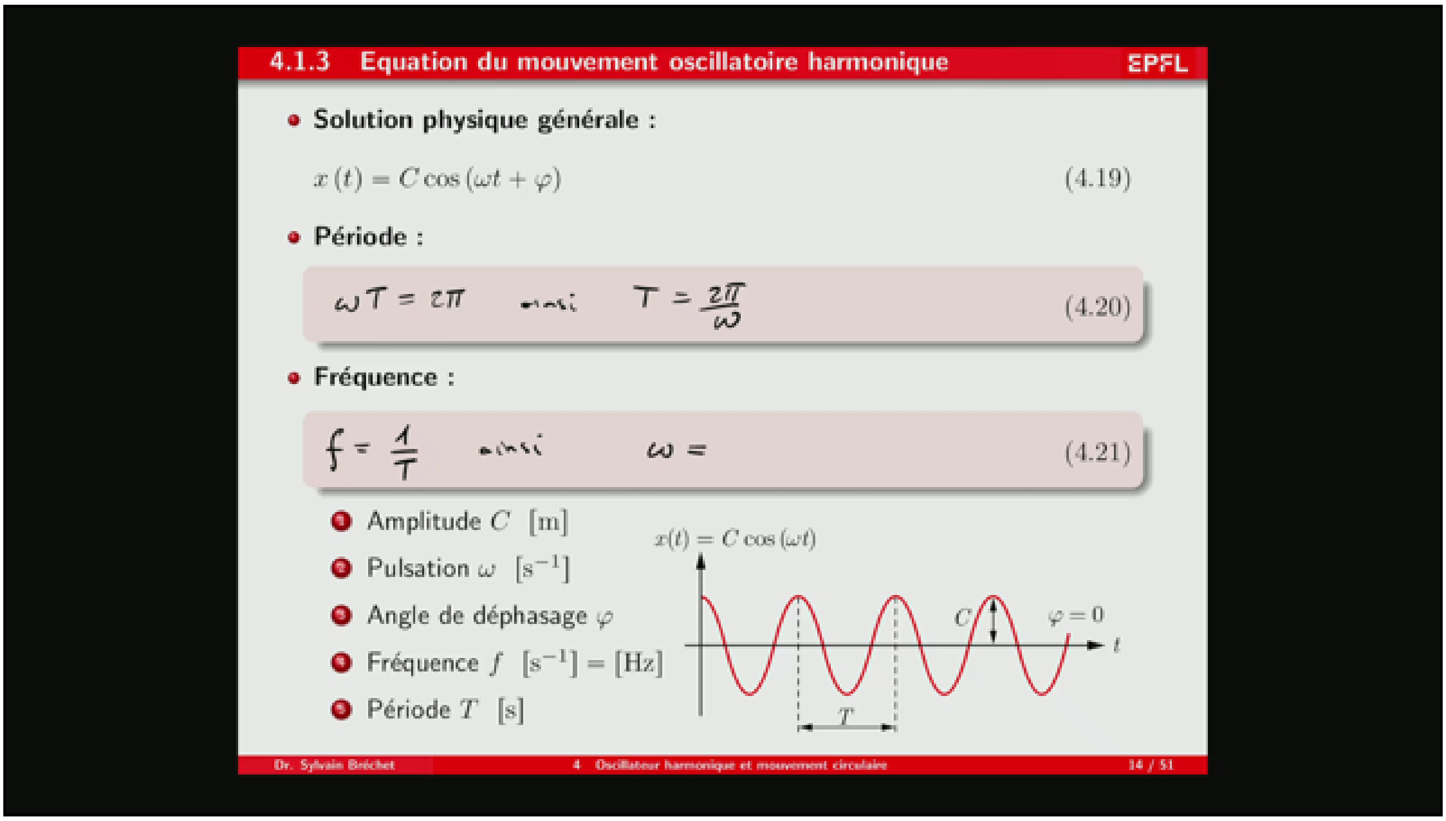


Donc, la solution physique générale est maintenant une combinaison linéaire de ces solutions dans le cosinus et le sinus. a et b sont des nombres, ils ne sont pas positifs, ils peuvent l'être. Oui? Pensez-vous que dans l'autre sens, nous serons en mesure de les utiliser directement? Vous pourrez les utiliser directement. Oui, oui, il n'y a pas de problème. Nous allons maintenant établir cette solution générale dans quelques instants. Pour établir cette solution, vous devez réfléchir à ce que vous voulez trouver. Lorsque vous avez une masse qui a aussi une solution sinusoïdale, vous êtes d'accord que cette solution, je peux le traduire à temps. En ce moment, c'est aussi une solution de mon équation. Okay? Eh bien, qu'est-ce que cela signifie que l'angle ici est un oméga t, nous serons en mesure de le changer en ajoutant un angle supplémentaire ou en étirant un angle supplémentaire. Et puis ce que nous voyons physiquement apparaît, cependant, c'est important, c'est une amplitude d'oscillation et cette amplitude, Non seulement c’est réel, mais en plus c’est positif. Okay? A et B ne sont pas nécessairement positifs. Qu'est-ce qu'on va faire? Nous allons faire un changement variable. Nous remplacerons a et b qui sont des nombres réels ou positifs ou négatifs par un nombre strictement positif, qui sera notre amplitude c et un nombre positif, désolé, et un autre nombre dont la valeur sera trouvée dans l'intervalle qui sera de zéro à deux pi, Ce qui représentera un angle. Okay? Ce changement de variable que vous pouvez toujours faire est a, qui est c fois la solution sinusoïdale, et b, qui est moins de c fois la solution sinusoïdale. Okay? Maintenant, nous devons considérer ce changement de variable. Vous voyez que c, nous serons en mesure de le mettre en évidence, c'est exactement ce que nous voulons. Nous aurons donc x2t qui sera c fois quoi? fois le cosinus de la cheville, fois

notes

résumé

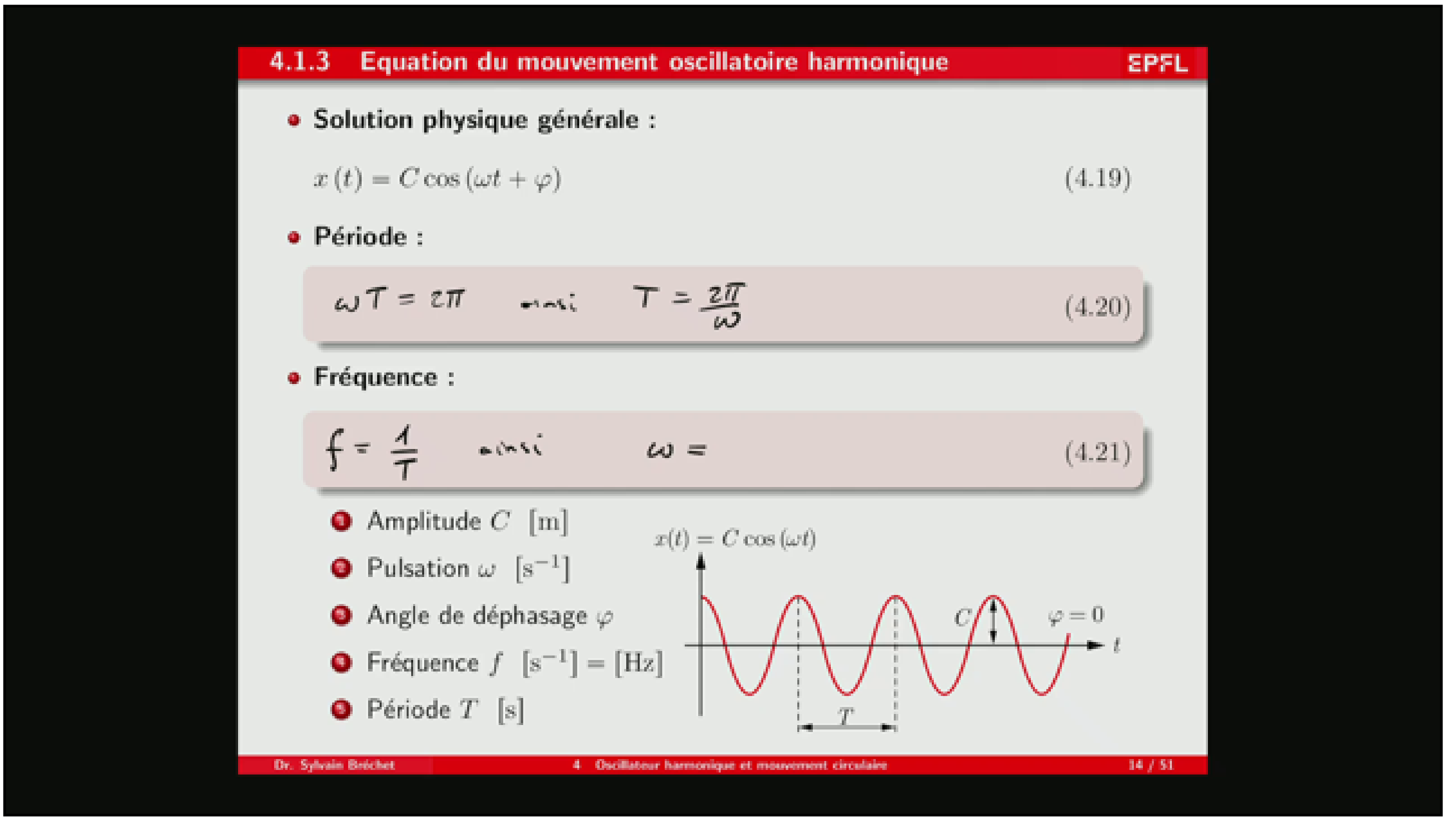
48m 2s



le cosinus de l'oméga t, moins le produit du sinus de phi fois le sinus d'oméga t. Okay? Maintenant, nous avons une formule trigonométrique qui fait que les produits des fonctions trigonométriques apparaissent en angle. Cos fois cos, il donne une paire de fonctions. Sinus fois sinus, le produit de deux paires de fonctions, il donne aussi une paire, désolé, il donne aussi une paire de fonctions. Ce sera donc un cosinus. Et il s'avère que c'est le cosinus de la somme des deux angles, pour le vérifier avec des valeurs particulières. Donc, l'identité trigonométrique est la suivante, le cosinus d'oméga t plus phi, il est le produit du cosinus d'oméga t, fois le cosinus de phi, moins le sinus d'oméga t, fois le sinus de phi. Okay? Donc, la solution physique générale, nous avions probablement raison, c'est la forme suivante, x2t, c'est une amplitude c, fois le cosinus de l'oméga t plus un angle phi, qui est un angle de défascination. Okay? Concrètement, graphiquement, que représente-t-il? Et quel est le grossissement qui apparaît? Nous avons enfin un signal, une solution périodique dans le temps. La période du cosinus est évidemment de deux pi. Okay? Donc, maintenant, si nous simplifions les choses, si nous prenons un angle de défascination phi qui est égal à zéro, nous aurons le cosinus de l'oméga t. Et quand ce cosinus d'oméga t, un argument qui est égal à deux pi, Ainsi, lorsque l'oméga t est égal à deux pi, le temps correspond à une période. Okay? Donc, oméga fois grand t est égal à deux pi, ce qui nous permet de trouver la grande période t, qui est le rapport de deux pi sur oméga. Okay? C'est un cycle. Il y a un nombre de cycles par seconde, un nombre de cycles par unité de temps, qui est la fréquence, qui est l'inverse de la période. Okay? Donc, maintenant, comme la fréquence est l'inverse

notes

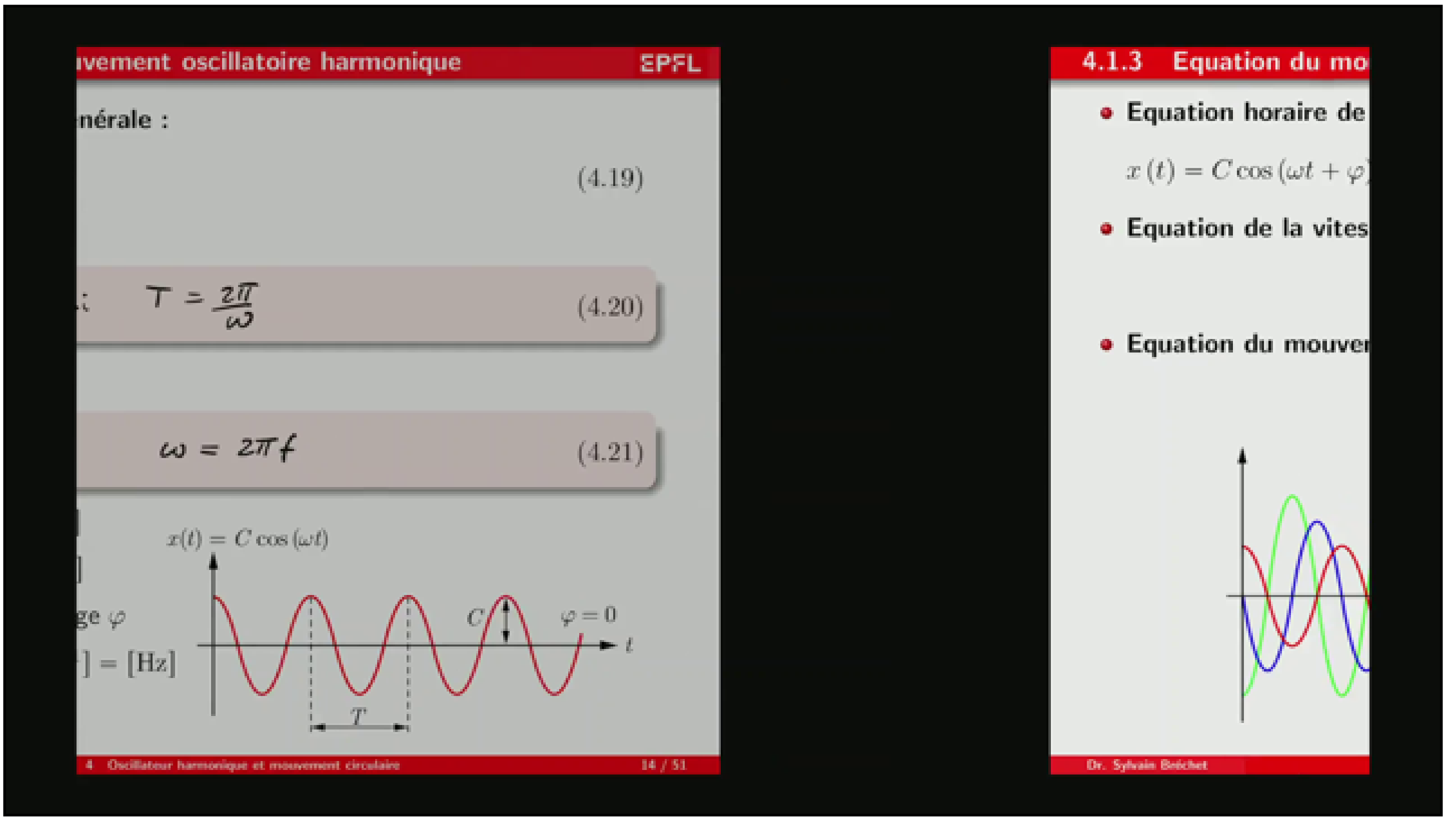
résumé



de la période, f est oméga sur deux pi, donc le pouls d'oméga est deux pi fois deux pi.

notes

résumé

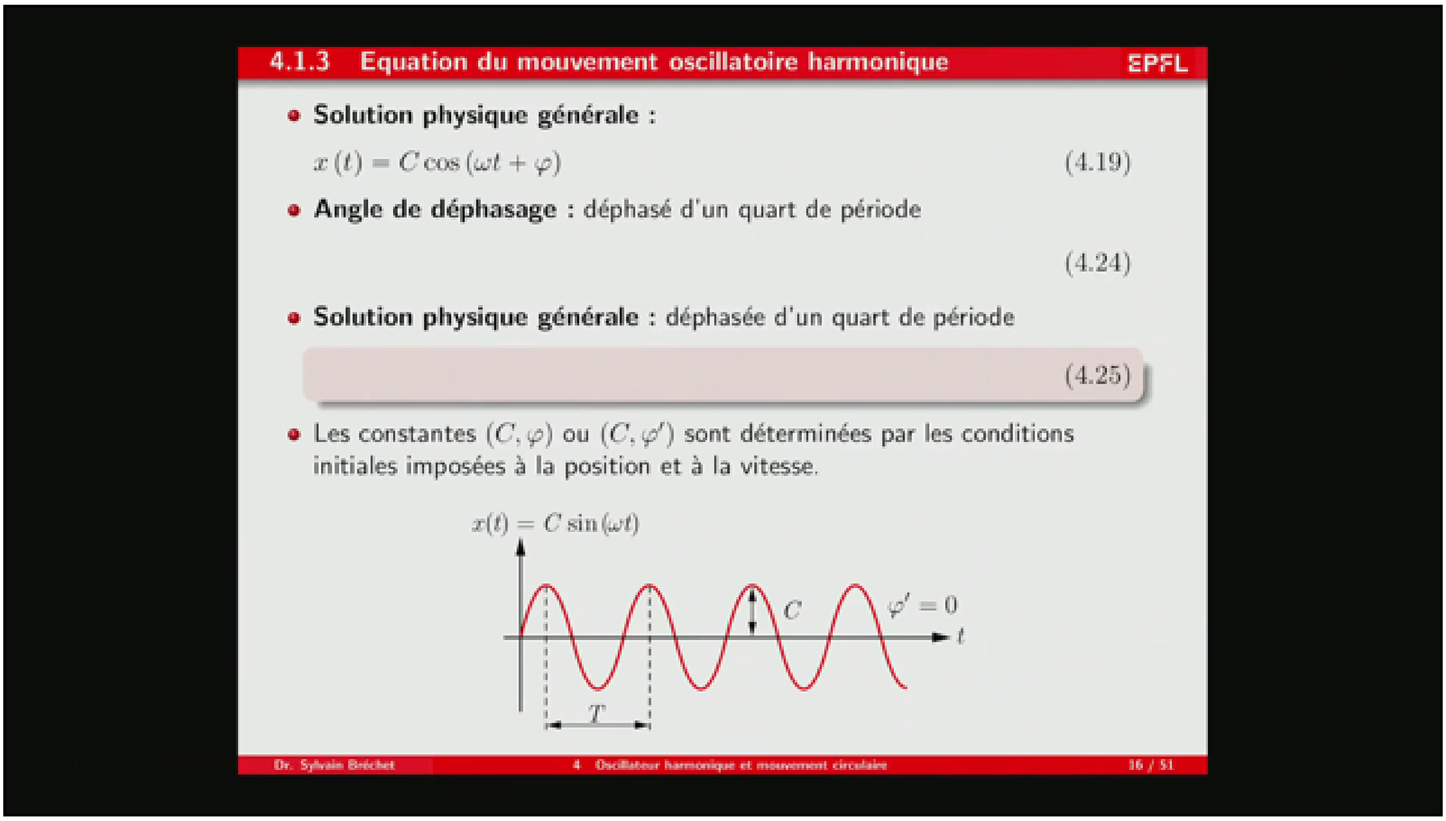


Okay? Nous parlons en anglais et le terme est bien choisi, la fréquence angulaire. Okay? Cela signifie que nous devons multiplier par l'angle, en fait. Nous pouvons représenter cette solution pour un angle de différence nulle. Voici donc notre solution en cosinus. Okay? Quelle est la période? C’est une répétition du motif dans le temps. Par exemple, de la crête à la crête, du cru au cru. Okay? C'est ici, représentant l'amplitude, donc la distance de la position d'équilibre à l'allongement maximum ci-dessus, ou la compression maximale ci-dessous. Okay? Et maintenant, cet angle de phase, il est fixé, si vous voulez, la valeur initiale ici. Si vous changez cet angle de phase, ce que vous faites à peu près, c'est que vous prenez votre solution et que vous la traduisez le long de l'axe du temps. C'est tout. Mais c'est la même solution. Okay? Eh bien, l'amplitude vous permet d'ajuster, si vous voulez, la compression maximale et l'élongation maximale. Pour ceux d'entre vous qui ont eu l'occasion de manipuler un oscilloscope dans un laboratoire, Okay? Dans un oscilloscope, il y a deux boutons. Il y a un bouton qui vous permet de transférer le signal de gauche à droite, qui est l'angle de l'angle de phase, et il y a un autre bouton qui vous permet d'ajuster l'amplitude. Okay? Ce sont les deux paramètres libres qui seront fixés par les conditions initiales. Okay? L'amplitude est une distance, une compression, un allongement, une mesure en mètres. La pulsation, nous prenons plutôt le temps, se mesure en secondes. Okay? Donc, la fréquence est l'opposé de la seconde, qui est aussi appelé hertz, les secondes. Okay? La pulsation est également mesurée en secondes, moins 1. L'angle de la phase, bien sûr, n'a pas d'unité physique.

notes

résumé

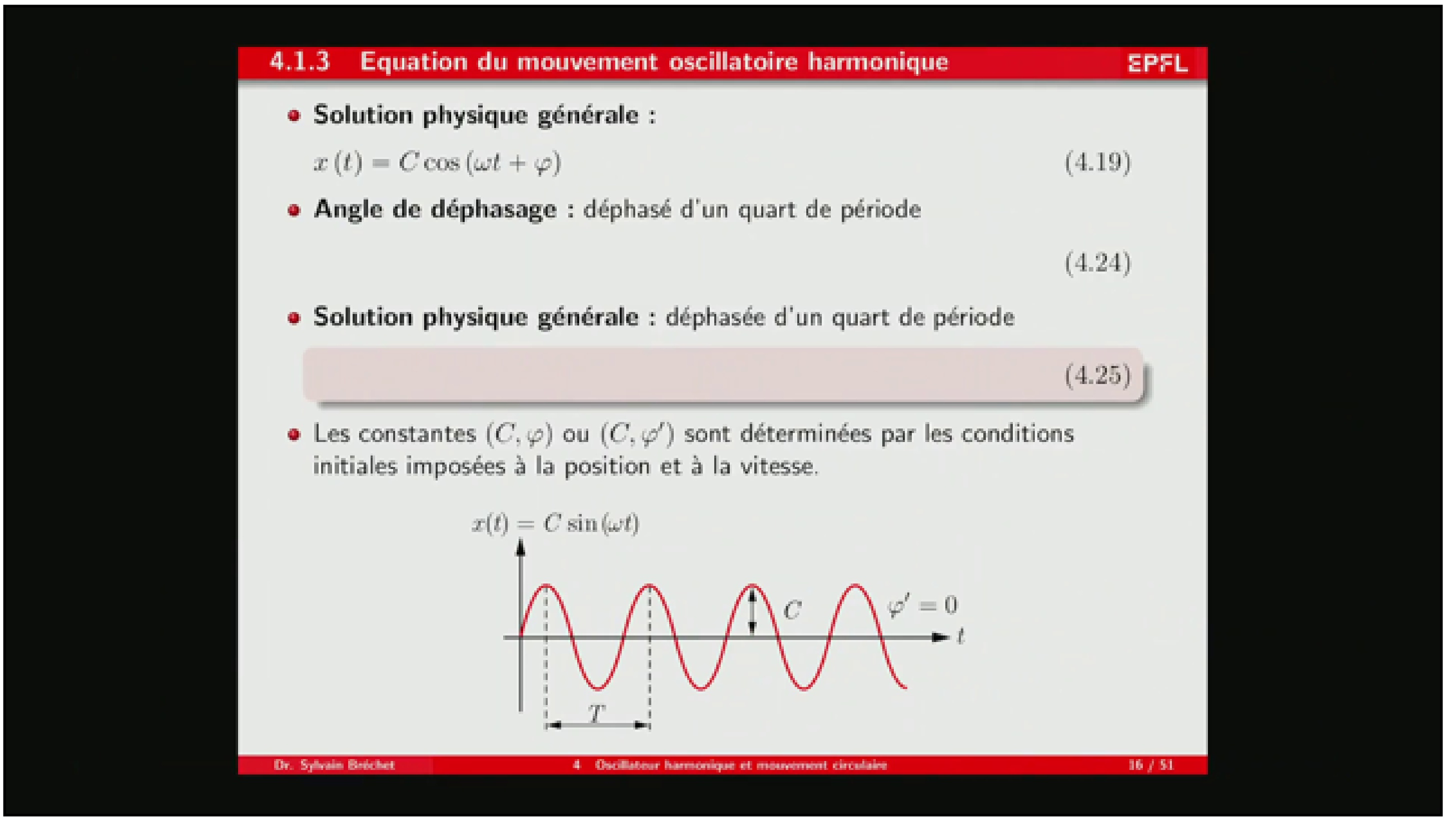
52m 6s



notes

résumé

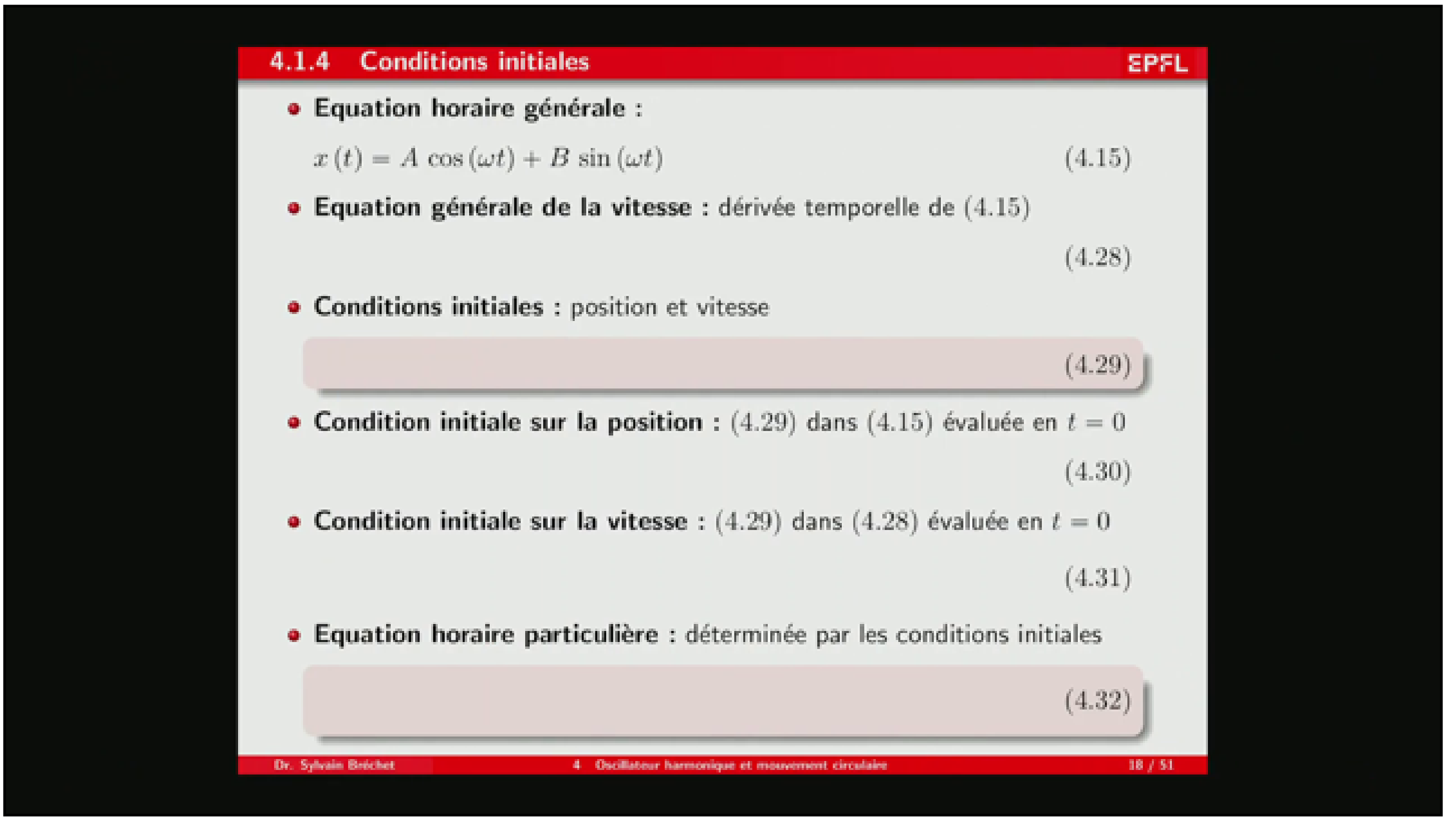
54m 0s



que la force est opposée au mouvement. Donc l'accélération veut aussi apporter le point matériel, ou l'extrémité du ressort, à la position d'équilibre. Lorsque la compression est maximale, c'est le contraire, l'accélération sera maximale, donc la compression est maximale, c'est-à-dire que la coordonnée est minimale. L'accélération est maximale, car nous devons aussi amener l'extrémité du ressort. à la position d'équilibre. Si vous prenez l'équation de la vitesse, qui est en sinus, alors que les deux autres sont en cos, il y a une phase d'un quart de période entre la vitesse, la position, et la vitesse et l'accélération. Pourquoi? Parce que lorsque l'allongement est maximal, où la compression est maximale, l'extrémité change de direction dans son mouvement d'oscillation. Donc, bien sûr, il vit à zéro. Cependant, lorsqu'il passe par la position d'équilibre, il vit à une vitesse maximale dans un sens, comme dans l'autre, et c'est ce qui fait apparaître cette phase de 90°.

notes

résumé

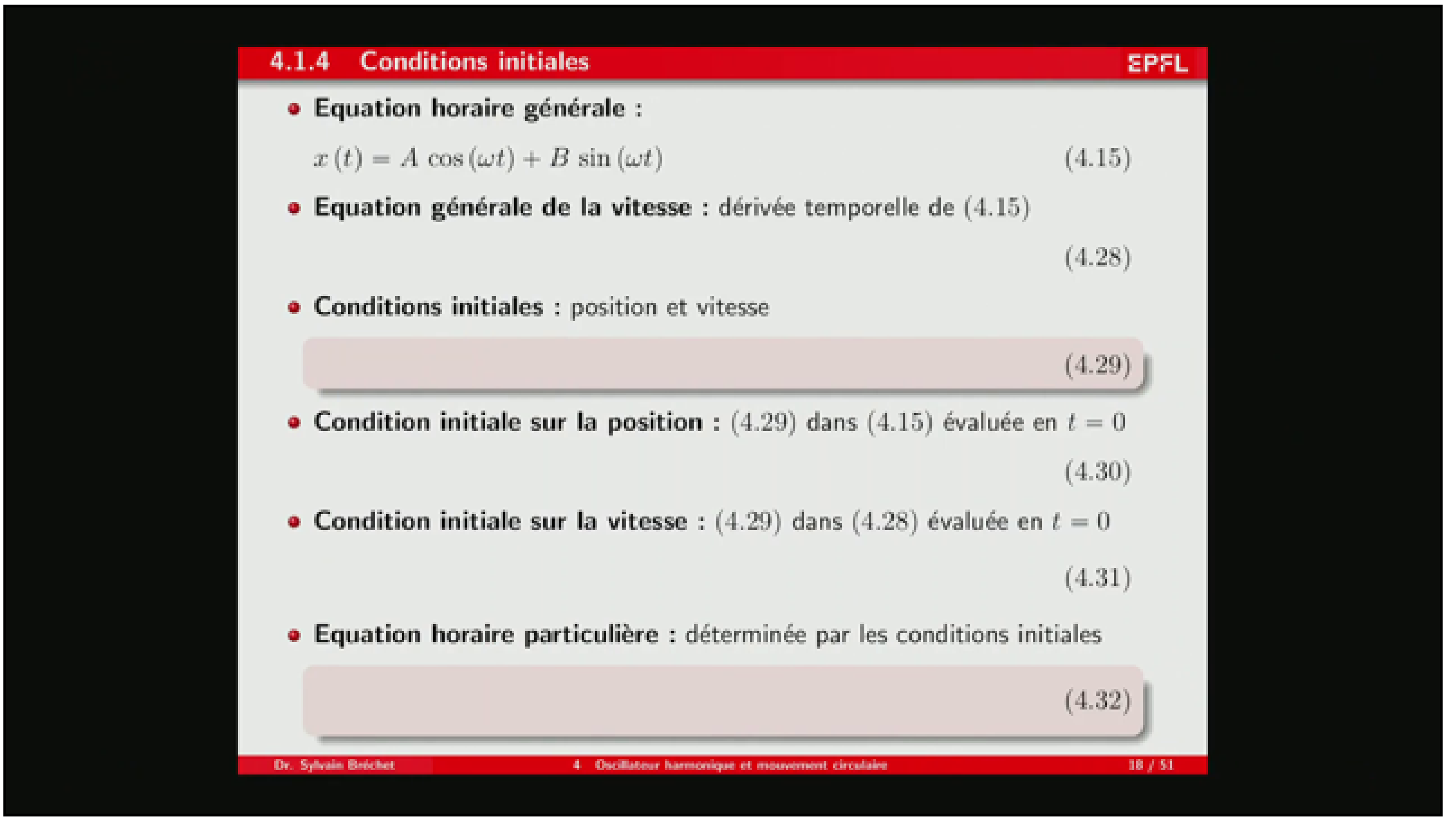


Alors, nous pourrions dire, pourquoi avons-nous pris une solution dans le com? Certains d'entre vous ont peut-être pensé, nous aurions pu prendre une solution dans le péché, aussi. Oui, absolument, nous aurions pu le faire. Soit dit en passant, faisons-le. Écrivons une solution générale sous la forme d'un péché, plutôt l'amplitude qui n'a pas changé, maintenant nous allons prendre un péché, nous allons prendre un péché d'oméga t, mais ce ne sera pas le péché d'oméga t plus phi. Pourquoi? Parce que le péché est en retard d'un quart de période sur cos. Pour trouver le cos, que devons-nous faire? Nous devrons introduire une autre phase de phi prime, qui est la longueur de la solution en cos plus phi sur 2. Et ces deux solutions sont rigoureusement équivalentes. Si vous avez un objet comme celui-ci, ce masque, sur lequel vous agissez avec une force, vous le relâchez sans vitesse initiale, vous avez un allongement maximal, ou une compression maximale, la plus simple est la solution en cos, C'est ce que nous préférons. Mais il y a des situations, ce ne sera pas le cas, vous verrez une situation d'exercice avec des collisions au chapitre 8 de cette offreur, où la solution dans le péché sera plus utile que la solution dans le cos. C'est ainsi que je présente ces deux solutions. Nous pouvons faire exactement la même chose que nous venons de faire, nous pouvons dériver l'équation dans sin, pour trouver l'équation de la vitesse. Nous aurons la dérivée externe du péché, qui est le cos. Nous avons le dérivé interne, qui est oméga. On peut refaire l'exercice, nous nous retrouverons avec un oméga c, la dérivée du cos, Désolé, c'est le péché, la dérivée externe, et le dérivé interne, qui est moins oméga. Et donc c'est le retour, bien sûr, moins oméga fois carré x point, l'équation du mouvement, et il est également satisfait. Donc c'est bien, nous

notes

résumé

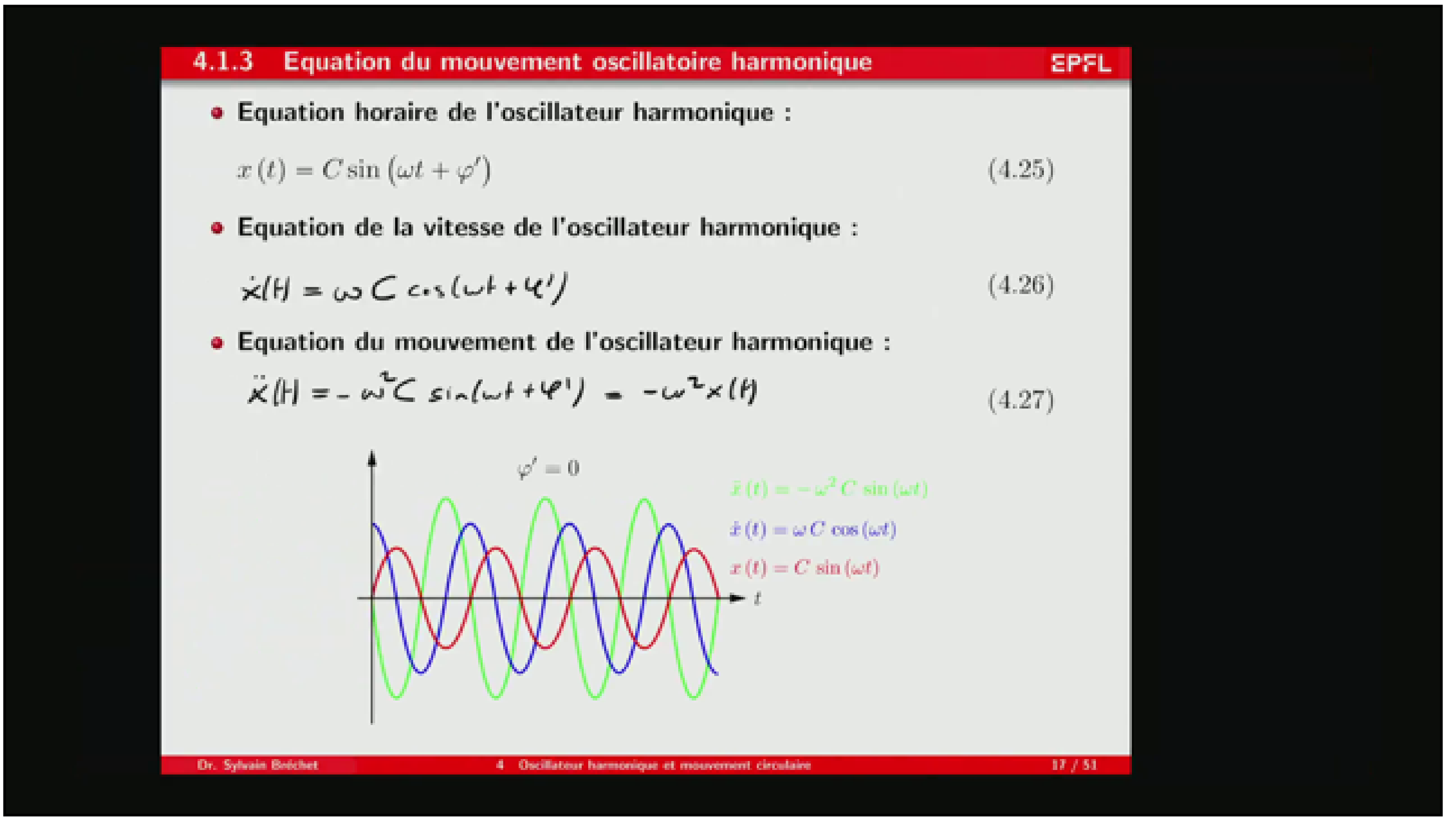
57m 27s



avons des solutions générales, Ce que nous voulons, ce sont des solutions particulières. Qu'est-ce qu'on va faire?

notes

résumé

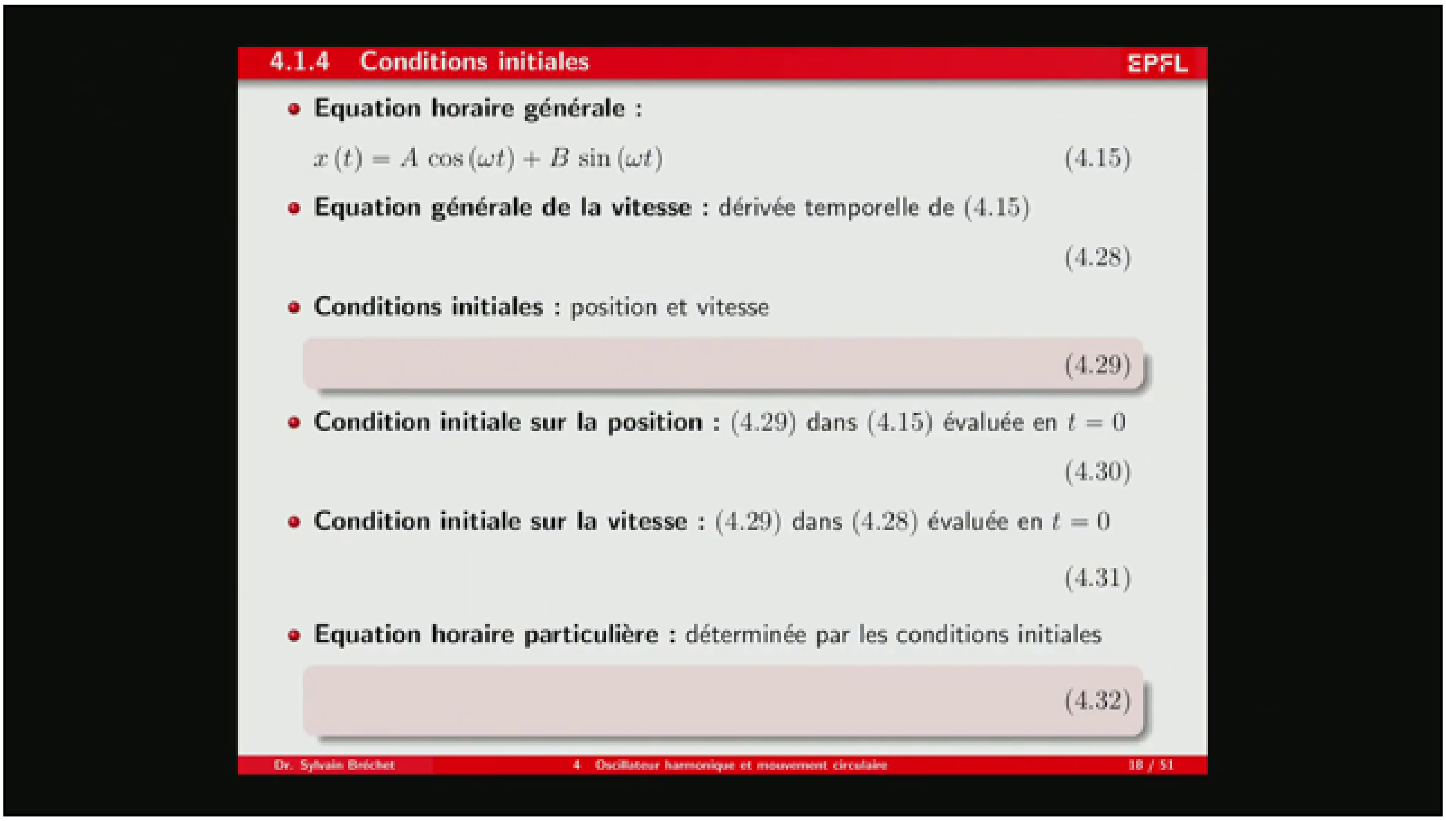


Nous devrons fixer les conditions initiales. Oui?

notes

résumé

59m 38s

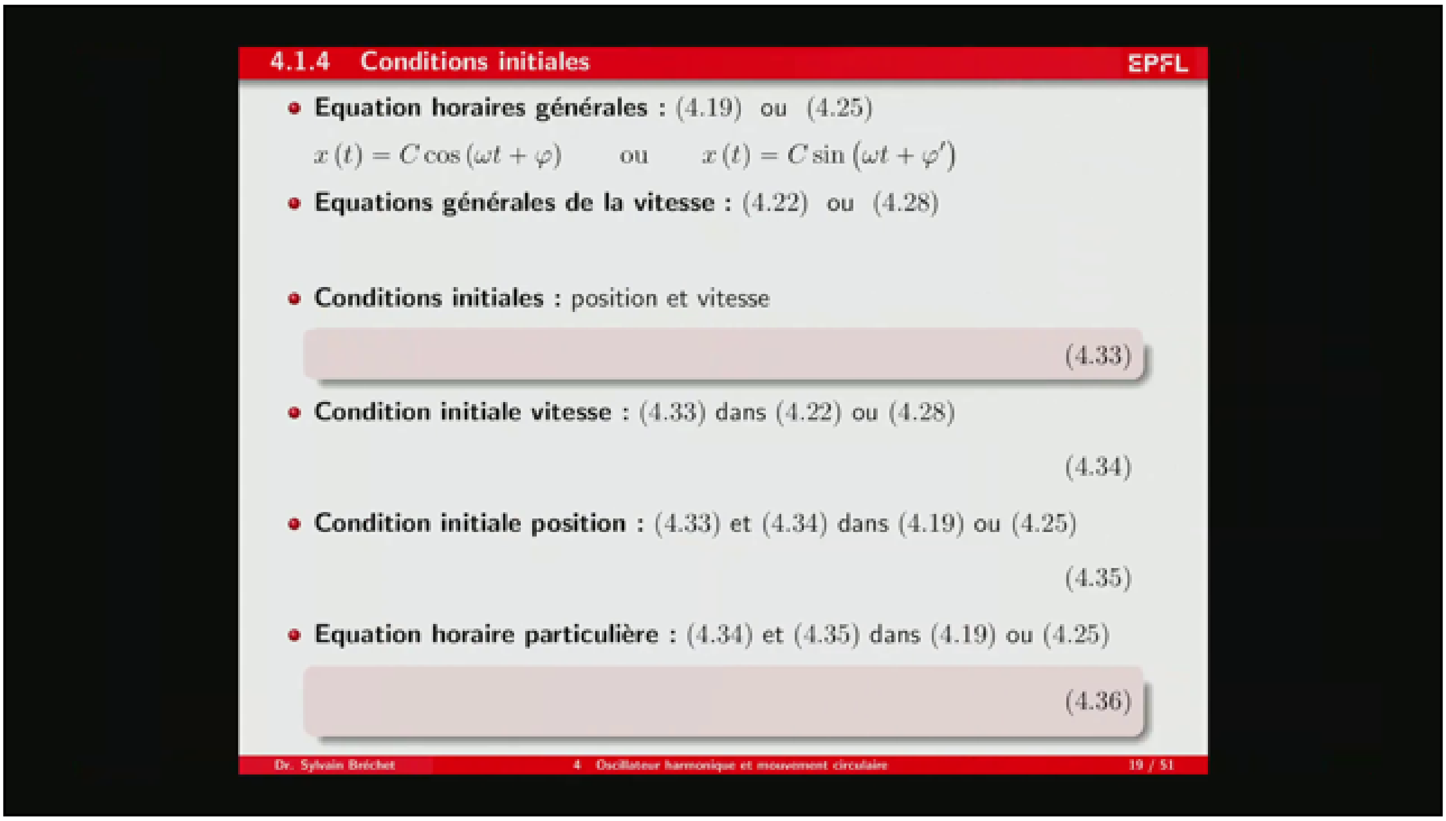


Vous verrez dans quelques instants que la solution qui vous donne le cos d'oméga t, la solution particulière, vous donnera une solution particulière dans le péché d'oméga t plus pi plus 2. Remplacez donc les oméga t par 0, vous avez le cos de 0 qui sera égal au péché de pi sur 2, le cos de 0 est 1, le sin de pi sur 2 est 1. Donc c'est parfait. Attendez quelques instants, ça va s'allumer, vous verrez. Okay?

notes

résumé

59m 52s

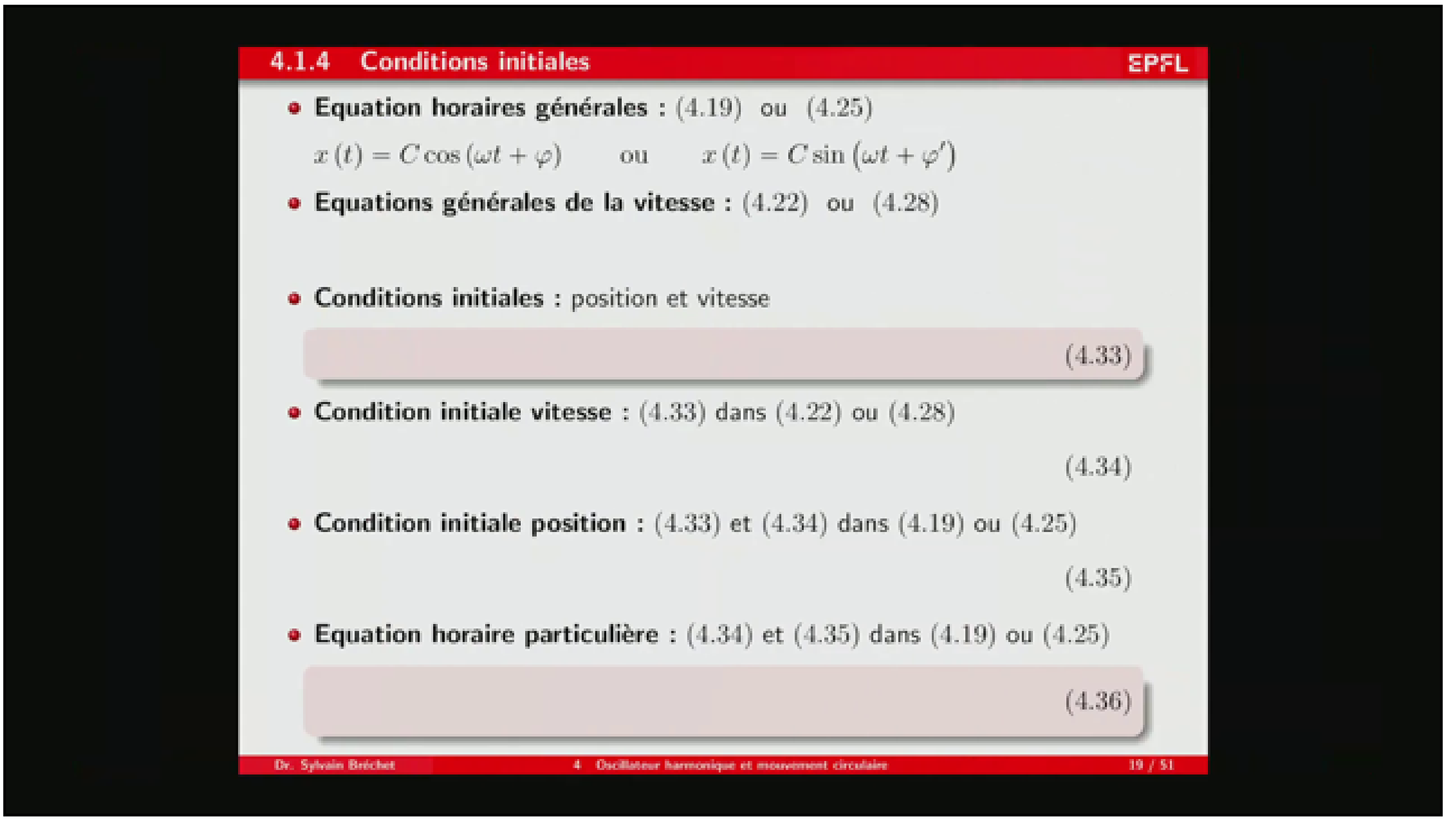


Donc, les conditions initiales que nous allons prendre, Je vais d'abord les préciser, nous allons prendre une coordonnée initiale x de qui prend une valeur arbitraire x de 0, et nous ferons la même chose pour la vitesse initiale qui a dérivé temporairement de la coordonnée initiale, nous allons prendre un v0 arbitraire, qui peut être positif ou qui peut être négatif. Pour pouvoir appliquer ces conditions initiales, Nous n'avons pas seulement besoin de l'équation de l'ordre général. qui est ici, mais aussi la dérivée temporaire qui est l'équation générale de la vitesse, x dot t. Donc, nous tirons le cosinus, il donne moins de signe, et nous avons mis en évidence la dérivée interne qui est oméga, donc nous avons un moins oméga a fois le péché d'oméga t. Nous obtenons alors le péché, il nous donne le cosinus avec le dérivé interne qui est l'oméga, plus oméga b fois le cosinus d'oméga t. Très bien. Il faut maintenant tenir compte de ces deux conditions. Commençons par la condition initiale sur la position. Okay? Évaluons x en 0. Le cos de 0 est 1, le sinus de 0 est 0, le cos de 1 est multiplié par a, il reste a et d'autre part, c'est x à 0. Nous avons donc identifié a, cx0. Okay? Faisons la même chose maintenant pour identifier b avec l'équation de la vitesse, x point 0, ici, nous l'avons évalué, nous avons donc évalué x dot 0, le sinus de 0 est 0, le cos de 0 est égal à 1, il est multiplié par l'oméga b, il reste oméga b et d'autre part, Nous savons que la vitesse initiale est v0. Et donc, le paramètre b que nous recherchons est le rapport de v0 sur oméga. Okay? Nous avons donc notre solution de commande particulière, x dot t, qui est la forme suivante, x0 fois le cos d'oméga t, plus v0 sur oméga

notes

résumé

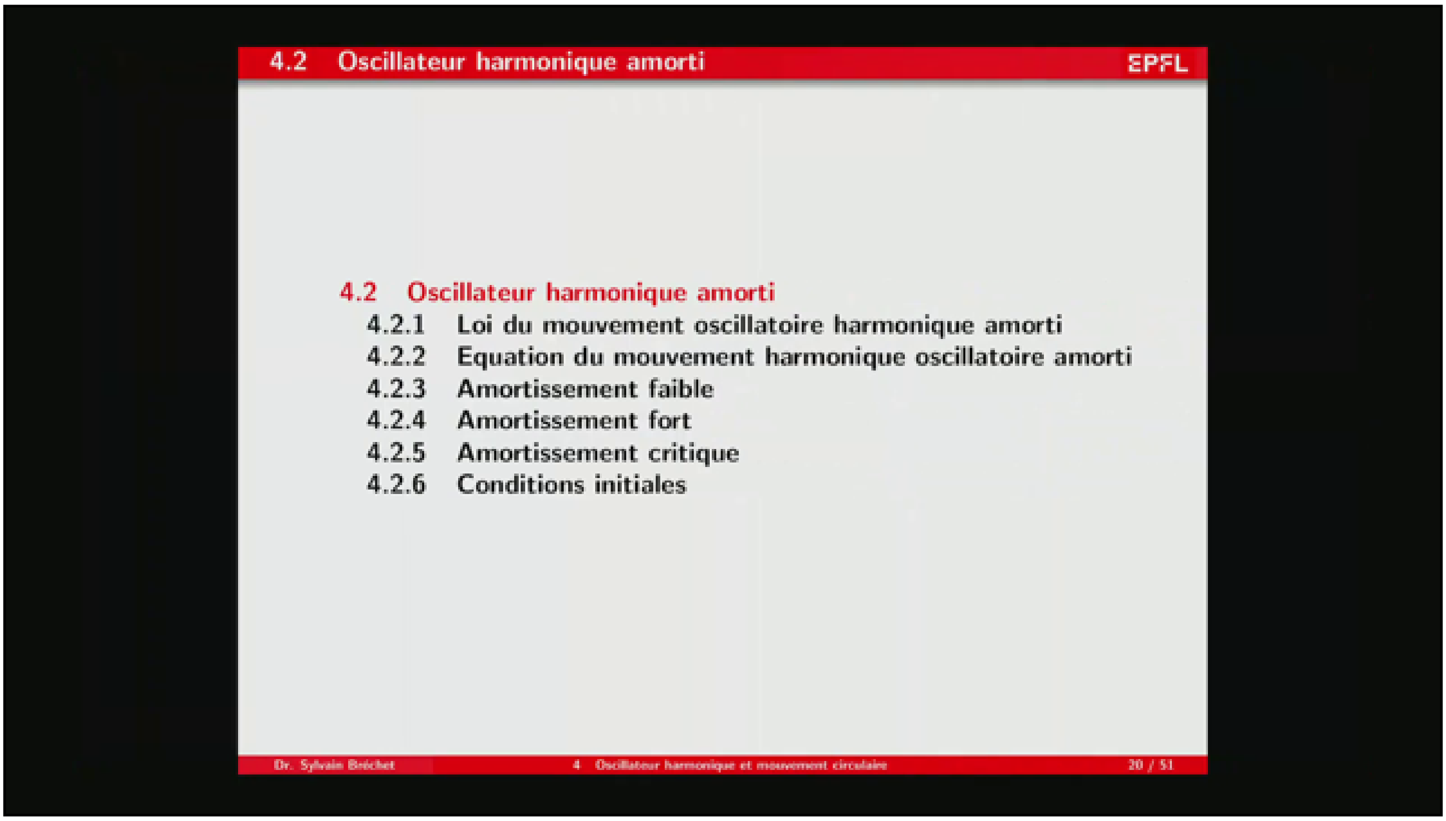
60m 22s



fois le sinus de l'oméga t. Si la vitesse initiale est de 0, si v0 est 0, nous avons une solution très simple, x0 est le cos de l'oméga t. En particulier, si je prends cette masse, je prends mon origine ici, Je prends définitivement mon x0, je le laisse tomber, ce sera x0 fois le cos, l'emplacement est maximum, il diminue, alors la compression est maximale, et ainsi de suite. Okay? Au fait, Faisons-le maintenant pour l'équation générale,

notes

résumé

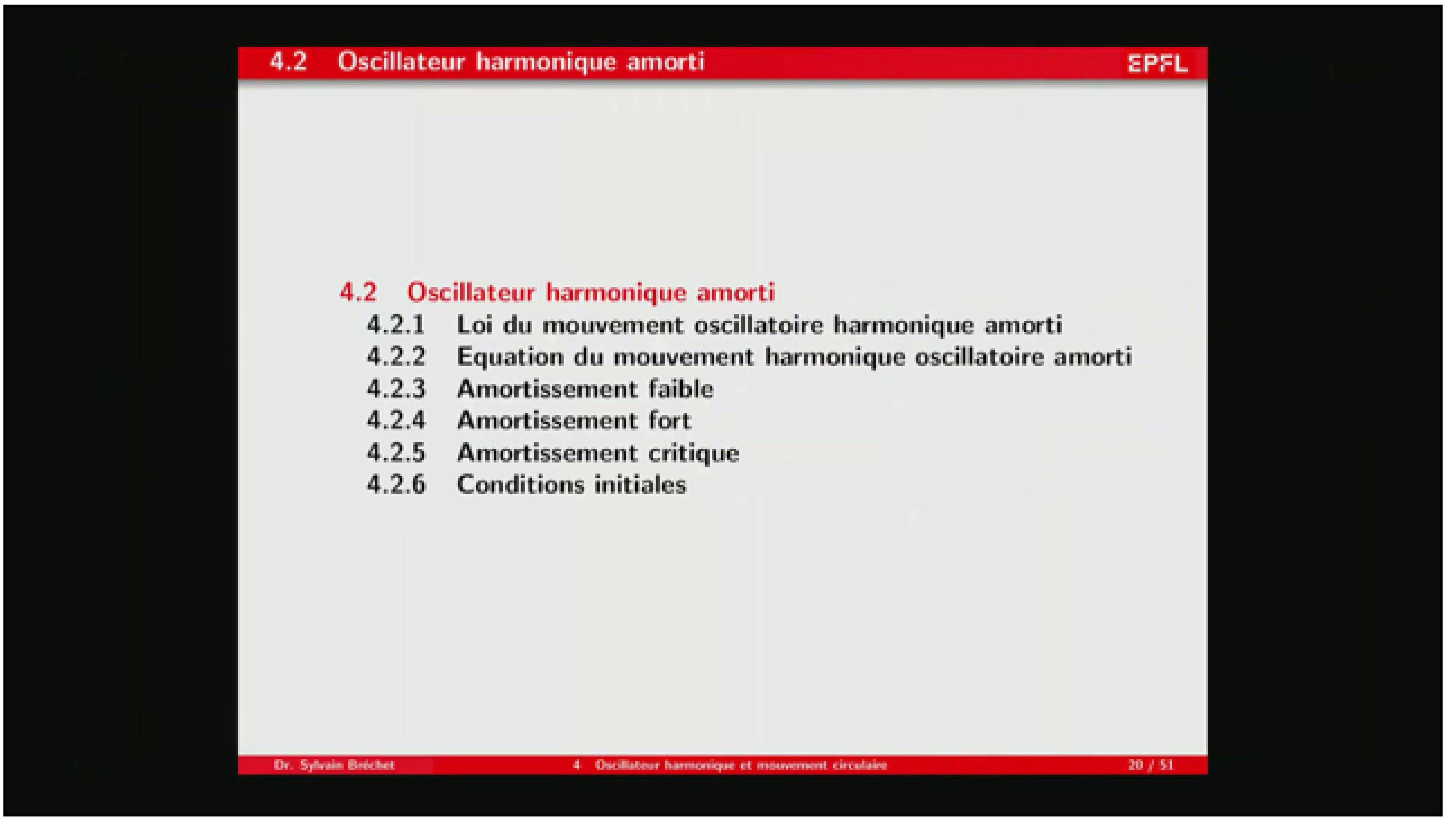


exprimée en amplitude, pour un cos d'être comme ça. Pour que ce ne soit pas trop compliqué, Et croyez-moi, c'est bon de le faire comme ça, parce que ce sera très compliqué avec le mouvement oscillatoire alors, être capable de bien comparer. Nous prendrons comme condition initiale Coordonnée de la position x évalué comme t est égal à 0, ce qui est x0, et nous allons prendre une vitesse initiale, 0, Nous allons prendre x dot 0, qui est égal à 0. Et ici, nous répondrons à votre question plus tôt. Vous verrez que les deux solutions qui convergent, Okay, que nous sommes en fait avec nos deux paramètres, sinus et cosinus, décrivent exactement la même chose. Okay? So, pour la solution in cosinus sin et la solution dans le sinus, nous pouvons calculer, Et nous l'avons fait plus tôt, les équations générales de la vitesse, nous aurons, Alors, allons-y. Donc, x.t, nous allons dériver le cosinus, nous avons moins de sinus, nous avons le dérivé interne, qui est oméga, nous avons moins d'oméga c fois sinus d'oméga t plus phi. Et puis pour la solution dans le sinus, quand nous dérivons sinus, par rapport au temps, nous avons le cosinus avec, comme dérivé interne, oméga c moins oméga c fois cosinus d'oméga t plus phi prime. Très bien. Donc, prenons d'abord la condition la plus simple, celle de la vie sociale. Nous savons que la vie sociale est nulle, Nous l’imposons plutôt. Prenons l'équation générale de la vitesse ou les équations générales de la vitesse, commençons par celle-ci. Nous évaluons en t égale 0. Donc, nous devons avoir ce terme, il est nul, donc nous devons avoir le sinus, il est nul. Et comme dans sine t égale 0, nous devons avoir le sinus de phi, il est nul. Nous avons le même raisonnement ici pour la solution en cos, Il faut avoir le cosinus de phi prime, c'est

notes

résumé

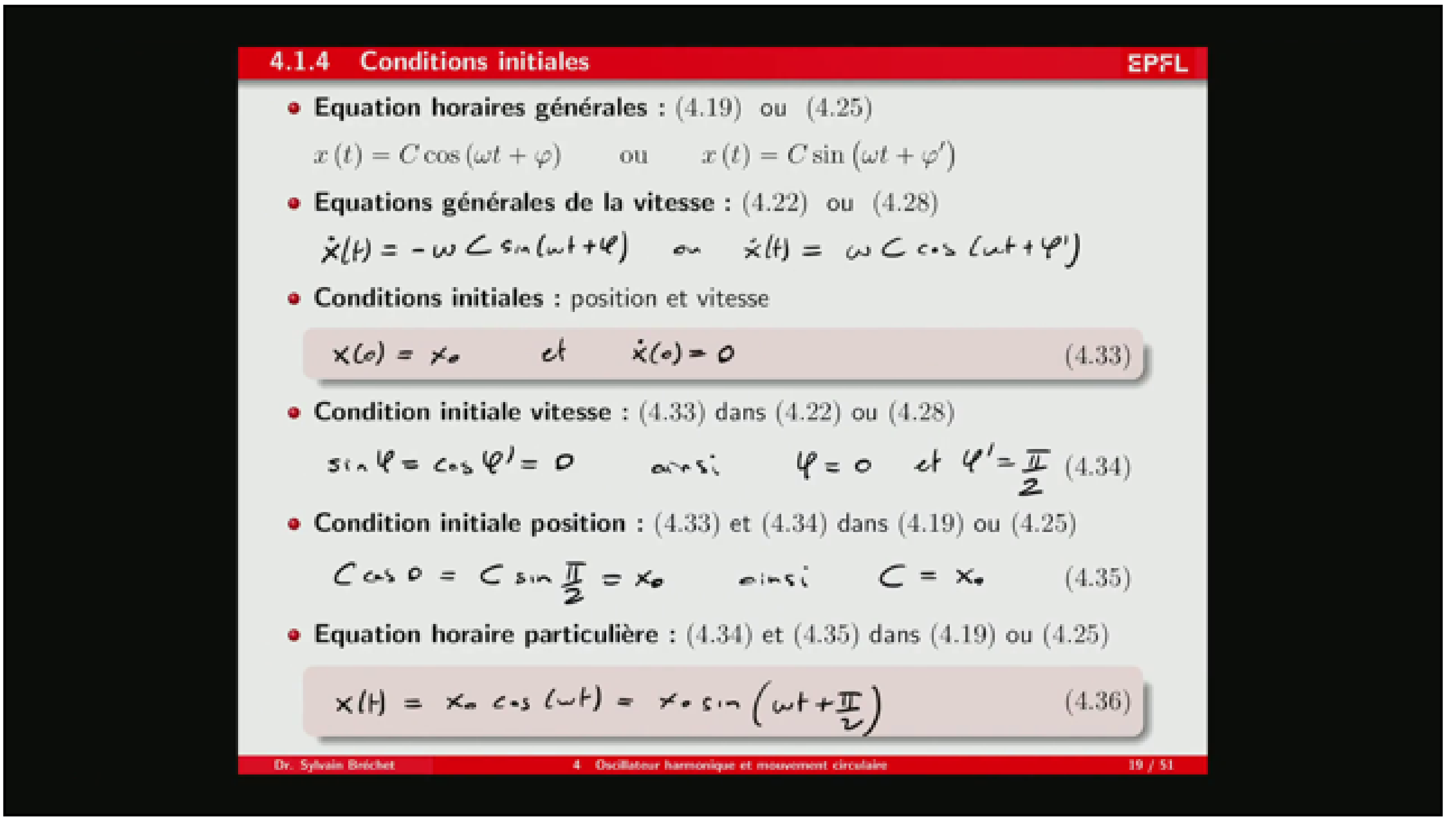
62m 58s



nul. Donc, la condition est que le sinus de phi est égal au cosinus de phi prime, qui est égal à 0. Et ce sera le cas si vous prenez les angles élevés, pour phi vaut 0 et pour phi premier vaut pi sur 2. Nous avons donc trouvé l'angle des phases pour ces conditions ici. Maintenant, nous devons encore trouver l'amplitude. Donc, étant donné que phi est égal à 0, phi premier est égal à pi sur 2, nous prendrons les équations générales qui nous donnent la coordonnée des positions, les équations d'ordre, nous les évaluons en t égal 0 et nous aurons que cela est égal à sinus de 0 est égal à ce sinus de pi sur 2. Le cos de 0 est 1, le sinus de phi sur 2 est 1 et cela doit être égal à x0. Et donc, nous avons conclu que l'amplitude c est simplement la coordonnée initiale. Donc, notre équation d'ordre particulier, simple et la suivante, x2t, est x0 fois le cosinus de l'oméga t, ou si vous préférez, x0 fois le sinus d'oméga t plus pi plus 2. Vous voyez qu'ayant choisi une solution sinusoïdale ou une solution cos ne change pas la solution finale particulière et il est entièrement déterminé par les conditions initiales, qui sont deux solutions. C'est évidemment une phase de 90 degrés pour le cos de coïncider avec le sinus. Ok, c'est tout pour l'oscillateur harmonique non amorti.

notes

résumé

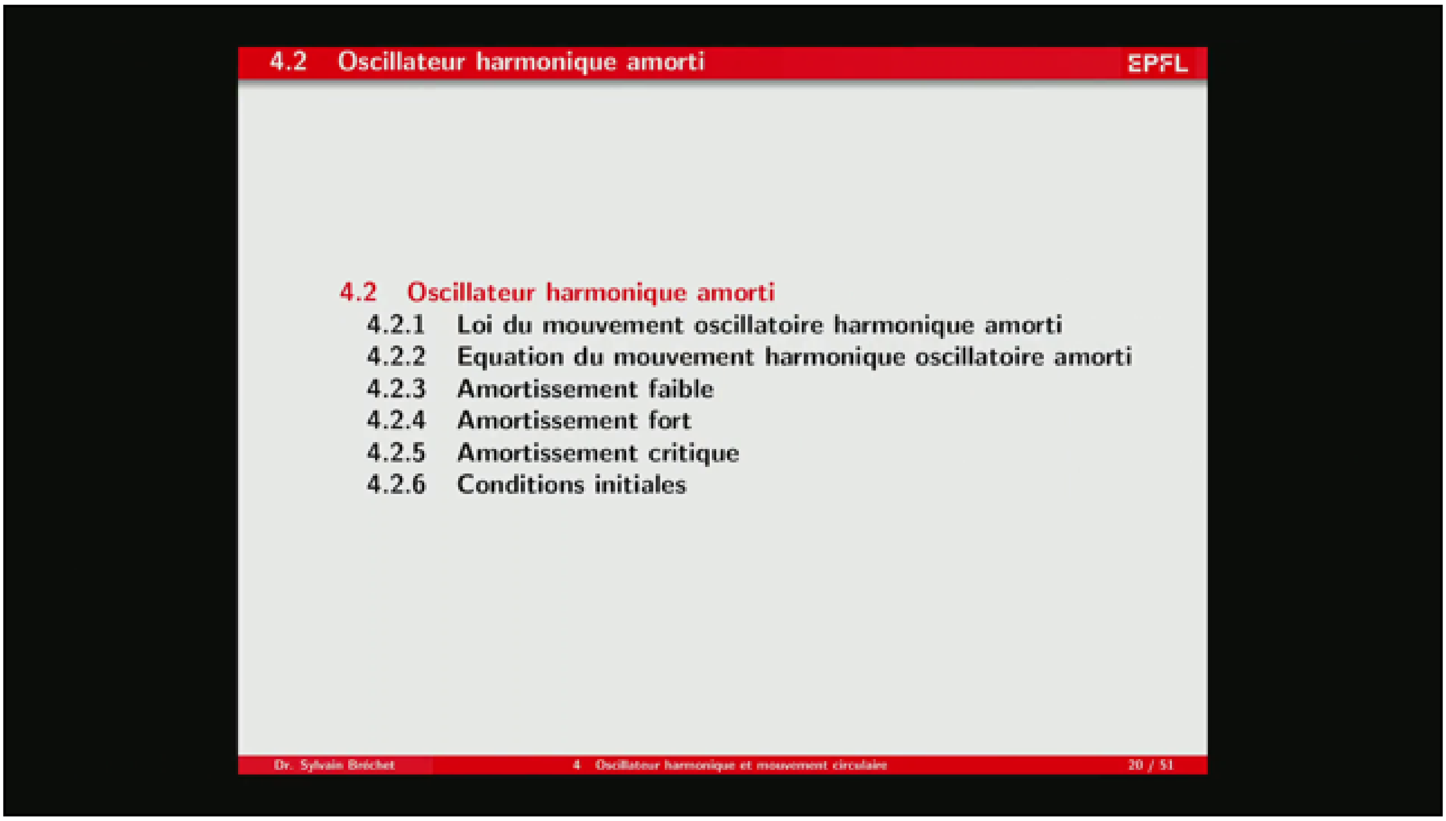


Passons maintenant à la plaque de résistance, qui est l'oscillateur harmonique à morty. Oui? Désolée?

notes

résumé

67m 7s

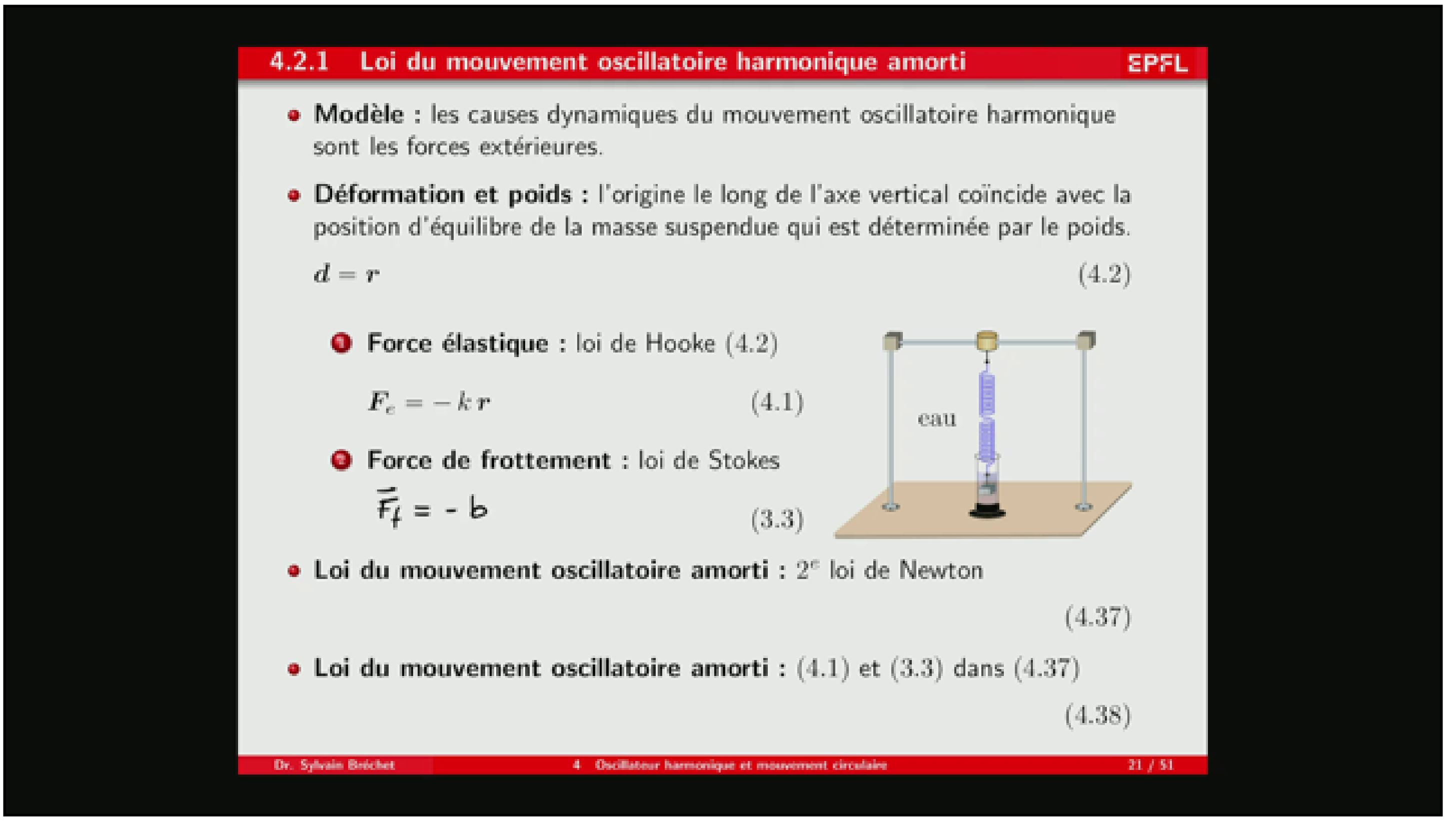


Vous pouvez utiliser ce que vous voulez. Le plus simple sera le premier, mais vous pouvez utiliser tout ce que vous voulez. Il n'y a pas de problème. En général, vous pouvez avoir votre solution générale dans sine ou cos et vous devez regarder le problème physique auquel vous faites face. Si la vitesse initiale est nulle, il est plus facile de commencer avec une solution cos et si la vitesse initiale est nulle, il est plus facile de commencer avec une solution sinusoïdale. Ok? Donc, nous avons juste besoin de nous souvenir de cela dans la pratique, et cela vous guidera. sur la solution pour rendre les mathématiques aussi simples que possible en termes de descriptions. Ok?

notes

résumé

67m 20s

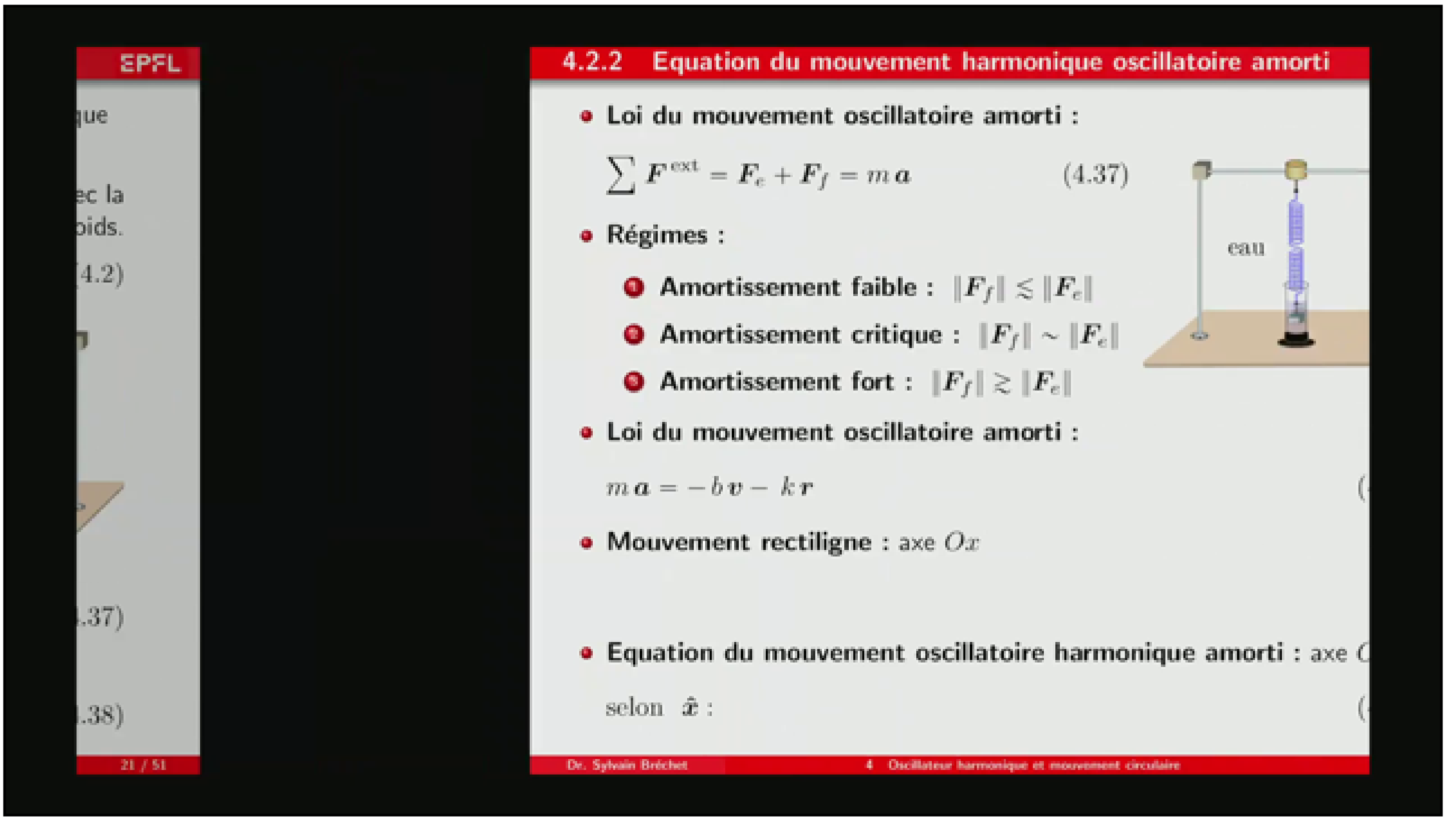


Et voilà. Maintenant, prenons l'oscillateur harmonique à morty, la masse se déplaçant, par example, dans un fluide visqueux, comme de l'eau. Ok, nous allons faire coïncider la position d'équilibre initiale avec l'origine, pour que la déformation coïncide avec la position. Nous avons un premier modèle pour la loi de Hooke, qui donne la force élastique. Nous avons un deuxième modèle pour la force de frottement donnée par la loi de Stokes,

notes

résumé

67m 53s



donc cette force de frottement dans le régime laminaire est proportionnelle à la vitesse, et elle est opposée à la vitesse du moins b fois v. Ok? Alors, écrivons le deuxième maintenant. La somme des forces extérieures, qui sont évidemment la force élastique, plus la force de friction, et ainsi, pour ravitailler ce qui a été dit pendant la première heure, le poids est inclus dans la valeur en position d'équilibre. C'est pourquoi nous n'avons pas ajouté explicitement le poids maintenant. Ok? Nous le ferons plus tard. Ainsi, la force élastique plus la force de frottement sera égale au produit de masse fois l'accélération. Ok? Nous prenons le modèle, la loi de Hooke et la loi de Stokes, qui sont substitués, et nous arrivons à la conclusion que le produit de masse fois l'accélération est moins b fois v, moins de k fois r. Donc, ici, ça commence à devenir costaud. Parce que nous avons une équation différentielle qui fait fonctionner le vecteur, position, sa dérivée temporelle première, la vitesse, sa dérivée temporelle seconde, l'accélération, et nous aimerions trouver ici, ou plutôt, les solutions. Ok? Si les solutions dépendront des valeurs respectives de la force élastique et de la friction. Ok?

notes

résumé

68m 25s

4.2.2 Equation du mouvement harmonique oscillatoire amorti

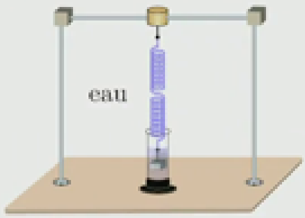
EPFL

- **Equation du mouvement oscillatoire harmonique amorti :** axe Ox

selon $\hat{\boldsymbol{x}}$: $m\,\ddot{x} = -\,b\,\dot{x} - k\,x$ (4.39)

- **Pulsation :** sans frottement (définition)

(4.40)



- **Facteur d'amortissement :** (définition)

(4.41)

- **Equation du mouvement oscillatoire harmonique amorti :**

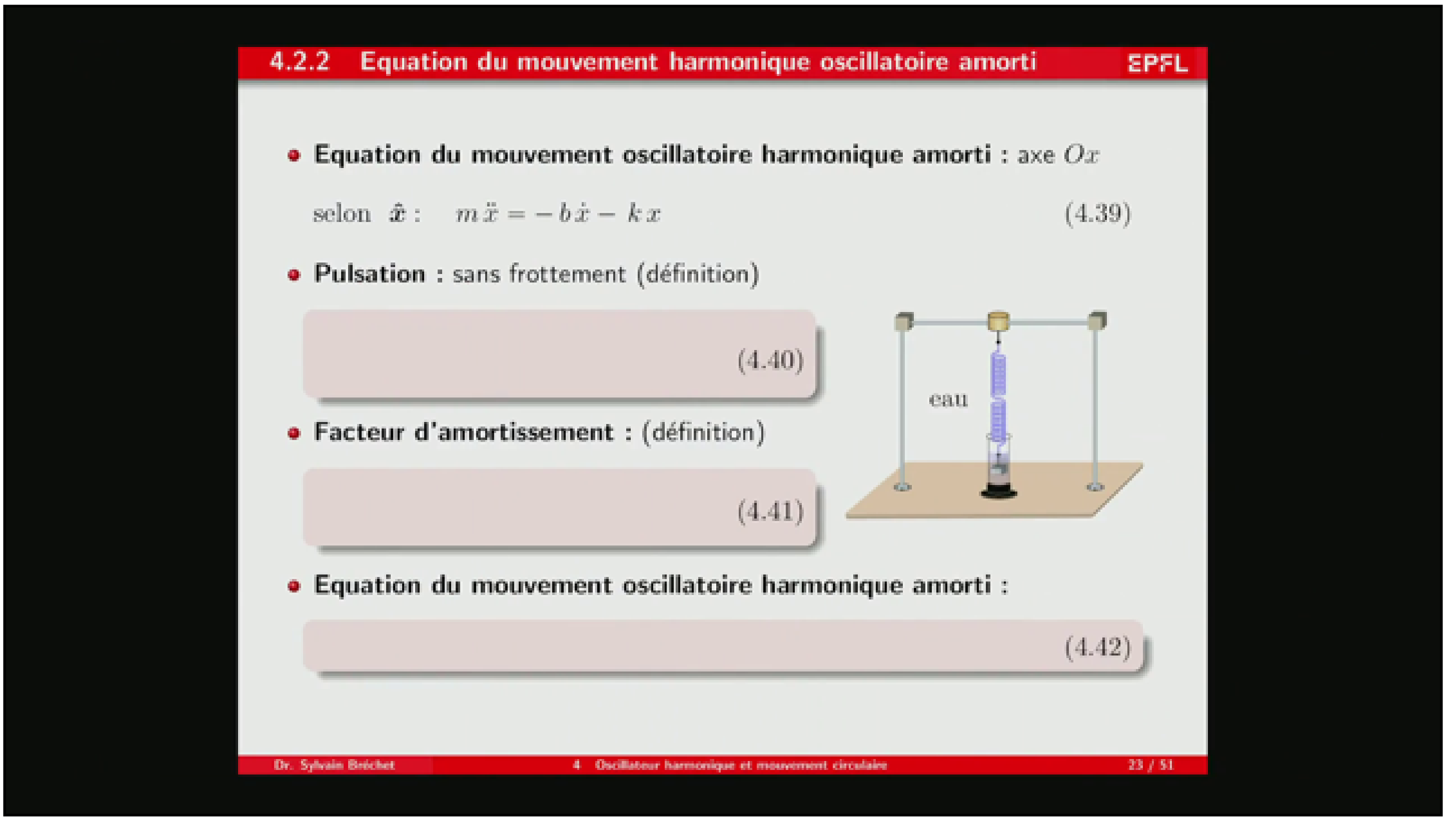
(4.42)

Dr. Sylvain Bréchet — 4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire — 23 / 51

notes

résumé

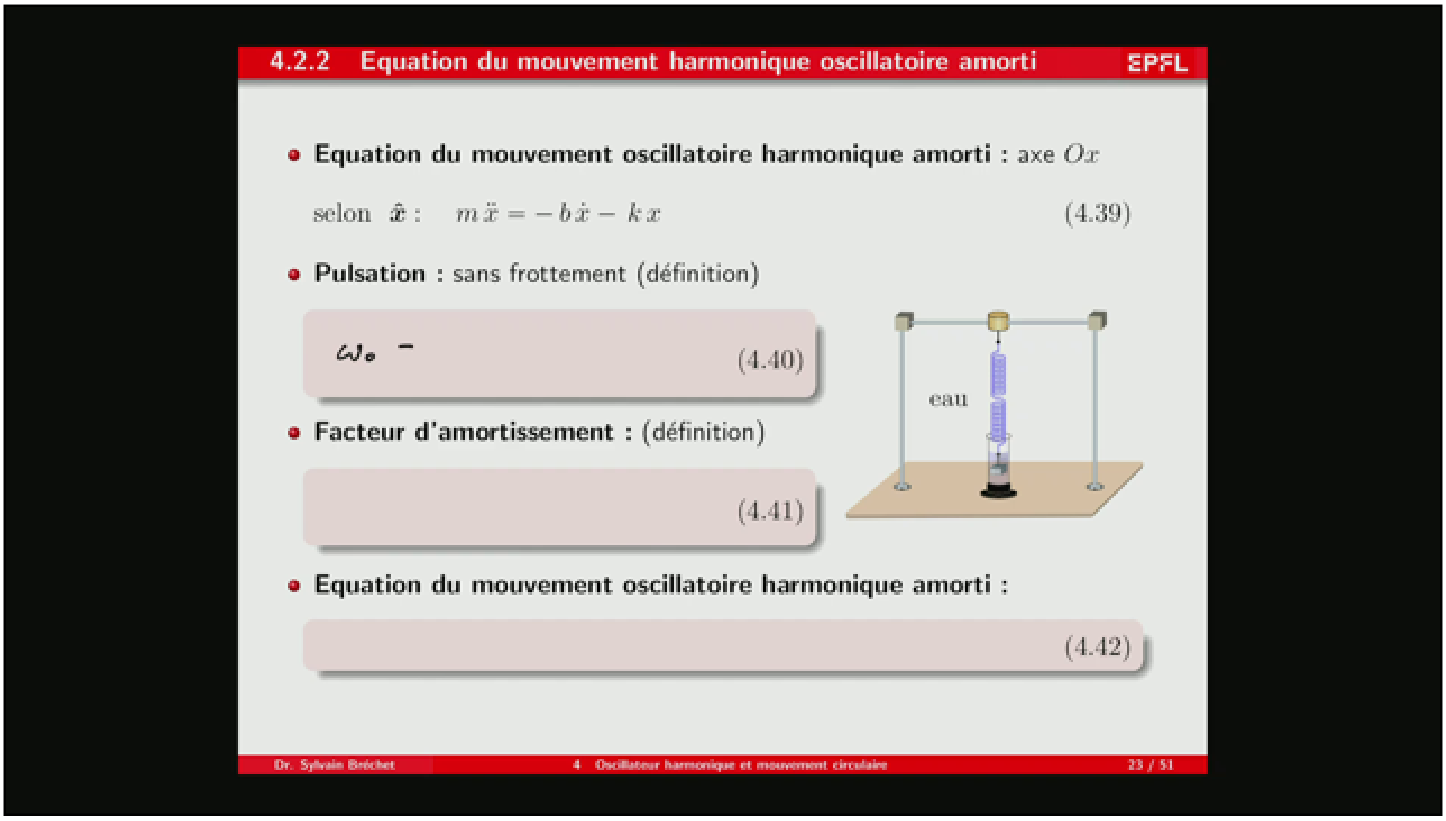
69m 45s



divisons par la masse. Nous nous divisons par la masse. Bravo. Donc, nous divisons par la masse parce que nous ne savons pas quoi faire.

notes

résumé

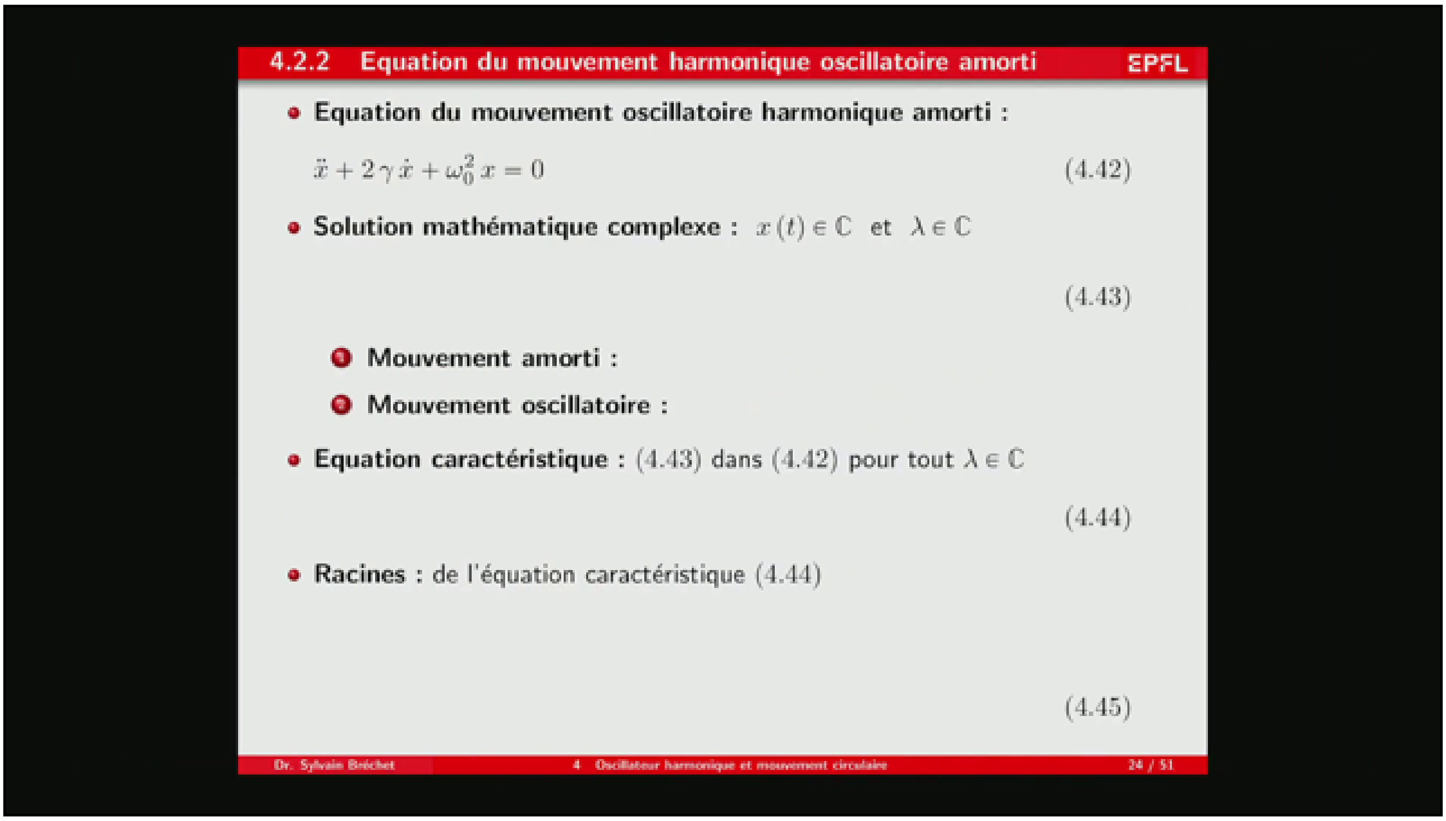


Et si nous faisons cela, en divisant par la masse, nous ferons apparaître un b sur m. Et nous allons faire apparaître un k sur m. Le k sur m est la pulsation que nous avions en l'absence de frottement. Donc, maintenant, comme il y a friction, ce ne sera pas la pulsation. C'est la pulsation sans frottement que nous définirons comme oméga 0, dans le cas de la friction. Okay?

notes

résumé

72m 8s



C'est le k sur m. Donc, nous aurions pu introduire une table qui est m sur b. Nous ne le ferons pas. Nous introduirons une autre grandeur qui interviendra dans la discussion. Pour le moment, la raison pour laquelle je l'ai choisi de cette façon n'est pas claire immédiatement. a viendra un peu plus tard. Crois-moi. C'est un facteur qui caractérisera le choc qui sera proportionnel à b. Donc, ce facteur de choc que nous appelons gamma, nous allons le définir comme b sur m. C'est positif. Okay? Et donc, notre facteur gamma en réalité par rapport à tau qui était m sur b, il est 1 sur tau. Okay? Donc, si nous plaçons tous les termes du même côté que nous divisons par la masse, que nous utilisons ces définitions, l'équation du mouvement harmonique oscillatoire, amorthoïde, prend la forme suivante, x point plus 2 gamma x point plus oméga 0 carré x est égal à 0. Si c'était l'équation que nous aimerions résoudre maintenant. Alors, la solution va-t-elle être un argument réel exponentiel? Parce qu'il y a des frictions. Oui, mais pas seulement. Est-ce que ce sera une solution qui sera un argument imaginaire exponentiel? A cause des oscillations. Oui, mais pas seulement. C'est les deux. Okay? Parce qu'il y a les deux composants. Il y a friction et amortissement. Okay?

notes

résumé

72m 29s

4.2.2 Equation du mouvement harmonique oscillatoire amorti

EPFL

- **Equation caractéristique :**

$$\lambda^2 + 2\,\gamma\,\lambda + \omega_0^2 = 0 \qquad (4.44)$$

- **Racines :** de l'équation caractéristique (4.44)

$$\lambda_1 = -\,\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \qquad \text{où} \qquad \lambda_1 \in \mathbb{C}$$

$$\lambda_2 = -\,\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \qquad \text{où} \qquad \lambda_2 \in \mathbb{C} \qquad (4.45)$$

- **Solution mathématique générale complexe :** (4.42)

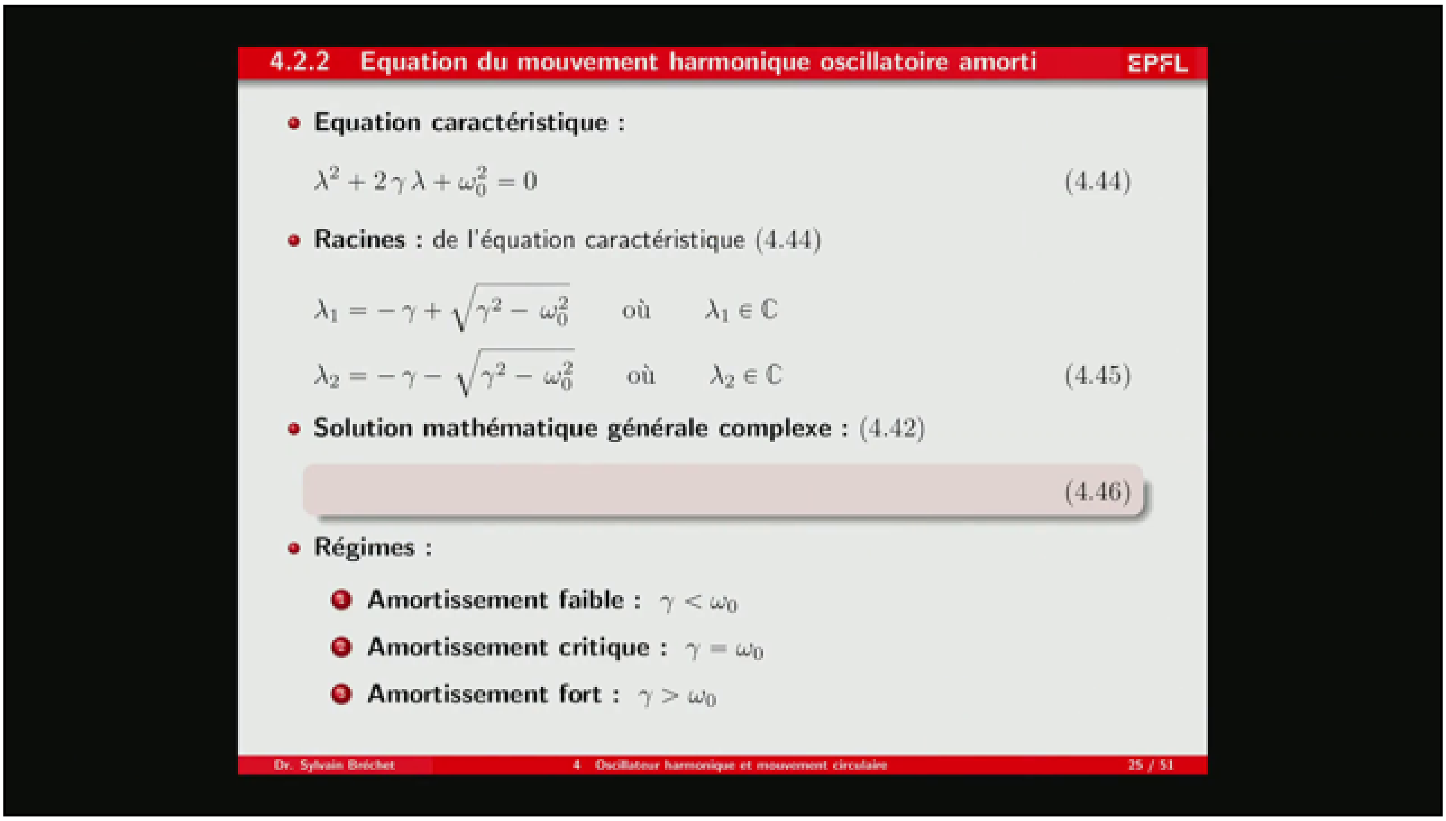
$$(4.46)$$

- **Régimes :**
  - **Amortissement faible :** $\gamma < \omega_0$
  - **Amortissement critique :** $\gamma = \omega_0$
  - **Amortissement fort :** $\gamma > \omega_0$

notes

résumé

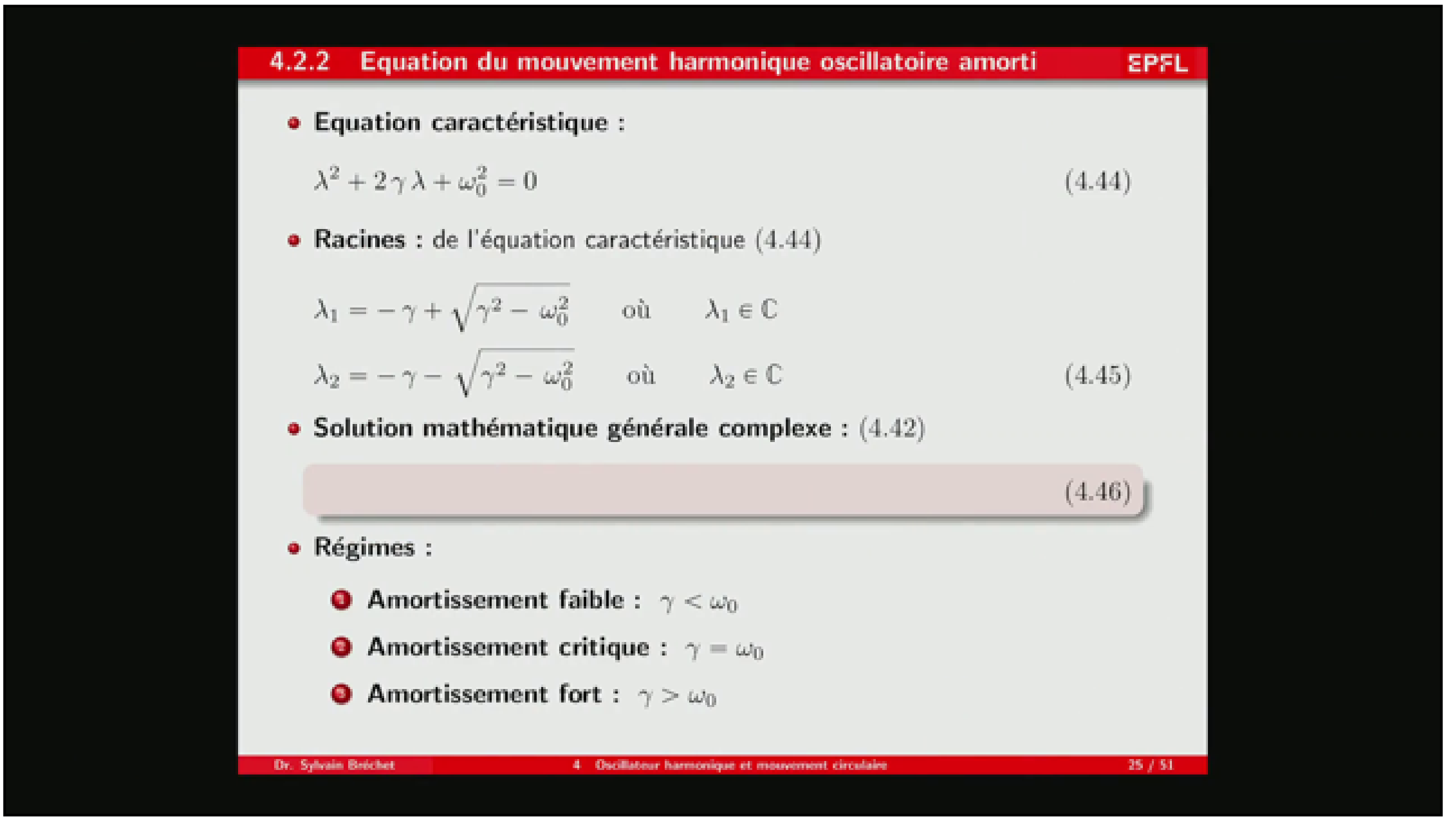
74m 10s



à cette forme, que nous venons de motiver par la physique, et donc, si c'est une solution de l'équation, nous serons en mesure de la remplacer par l'équation, l'équation différentielle, qui est là. D'ailleurs, dériver une exponentielle revient au multiplié par le lambda du pré-facteur. Okay? Donc, l'exponentielle, on peut la mettre dans le facteur, on a l'exponentielle de lambda t. Lorsque nous dérivons deux fois, nous avons le lambda carré, qui apparaîtra. Okay? Et puis, nous avons deux enfants. Nous dérivons une fois, nous avons le lambda carré, puis nous avons un oméga à zéro au carré. Et tout cela doit être égal à zéro. Okay? Oui, mais cela doit être vrai, quelle que soit la valeur de la lambda carrée, quelle que soit la valeur de t, On ne peut donc pas supposer que cette exponentielle tende vers zéro. De toute évidence, il ne tendra pas à zéro. Okay? Donc, pour, ils ont assuré que cette équation est satisfaite, il faut absolument donner que les termes entre parenthèses sont nuls, et qui nous donne l'équation caractéristique, l'équation carrée, en lambda. Lambda carré plus deux gamma lambda plus oméga zéro au carré est égal à zéro. Cette équation ici, qui doit satisfaire cette équation du deuxième degré complexe. Okay? Donc, les solutions de cette équation, les racines de cette équation caractéristique sont les suivantes. Il est lambda un, qui est inférieur à gamma, plus la racine carrée du discriminant. de l'équation, qui est gamma carré moins oméga zéro au carré, où ici, lambda un est un nombre complexe. D'autre part, nous avons lambda deux, qui est inférieur à gamma, inférieur à la racine carrée de gamma carré, Moins d'oméga-zéro au carré, d'accord? Ici, lambda deux est aussi un nombre complexe. Okay? Alors, lambda un et lambda deux, comment est-ce? Peut-il s'agir de nombres réels? Peut-il s'agir de nombres imaginaires? Peut-il s'agir de nombres complexes? En fait, cela dépend de

notes

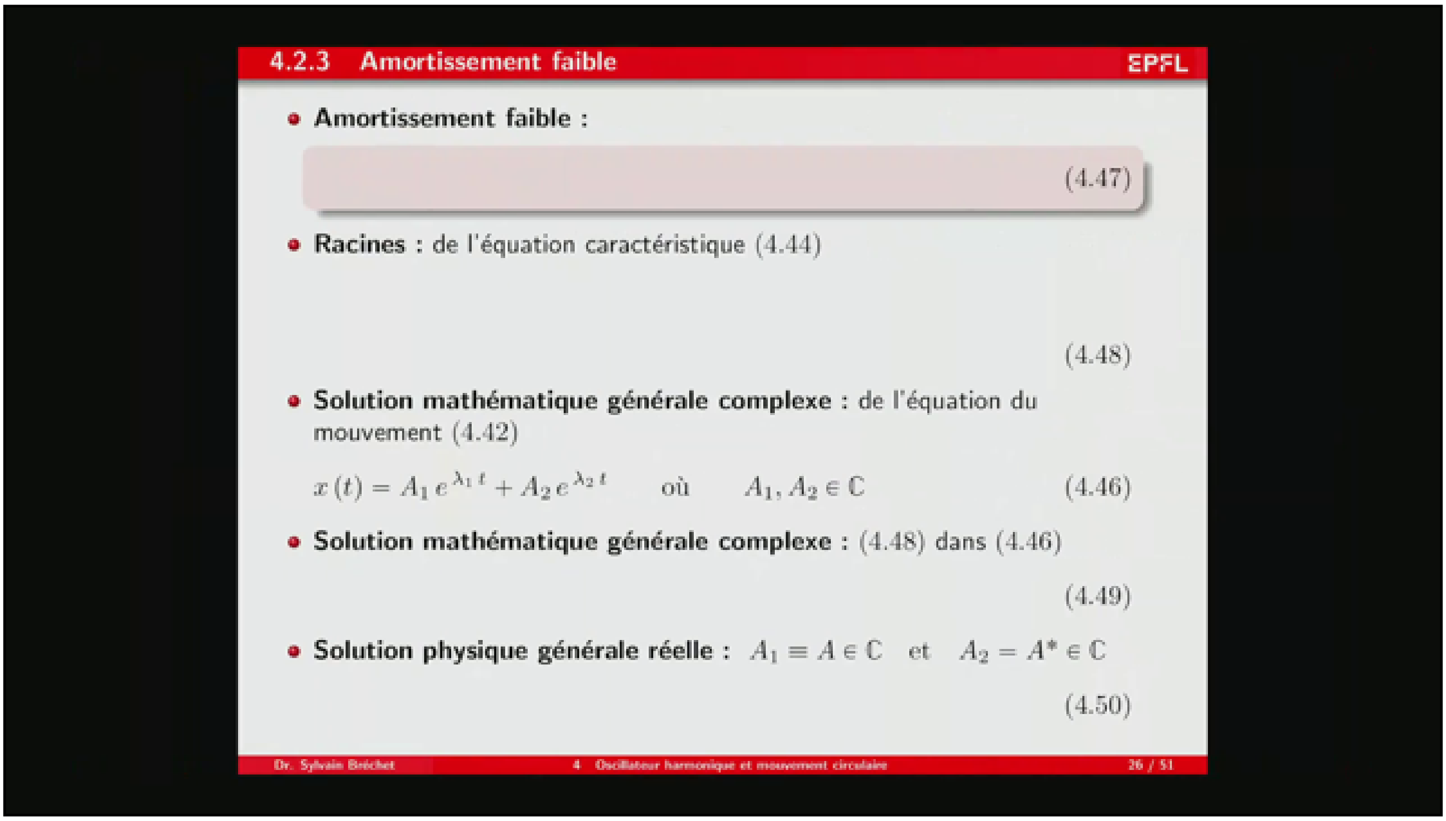
résumé



la situation. Tout dépendra de deux heures. Gamma, qui caractérise la friction, oméga zéro, qui caractérise l'oscillation. Qu'est-ce que ça prend? Est-il nécessaire de déterminer le signe du discriminant réduit, et donc le type de solution que nous obtiendrons. Okay? Nous avons donc trois figures cachées dans le signe du discriminant réduit. Voyons voir.

notes

résumé

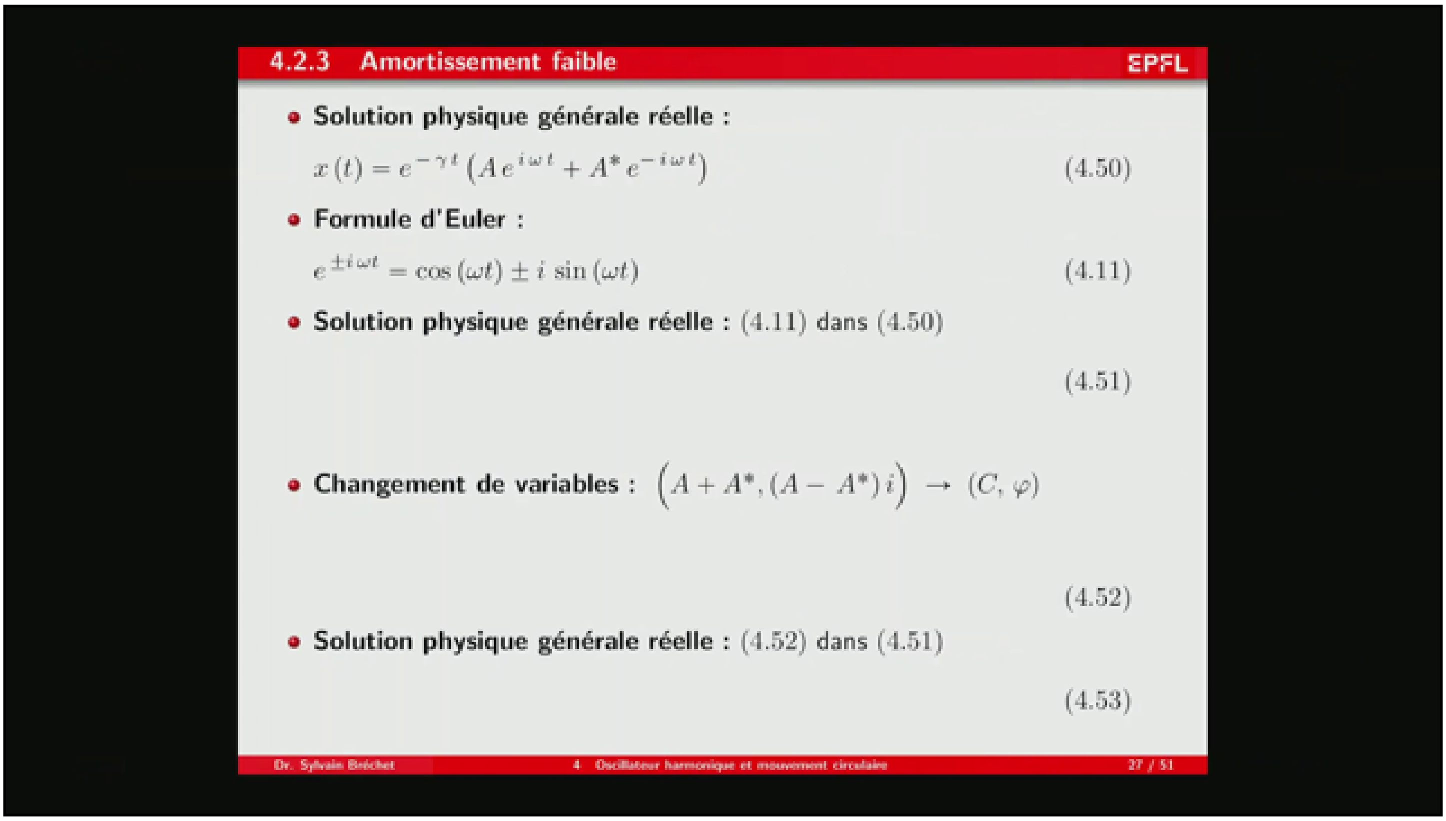


Nous avons trouvé lambda un et lambda deux, qui sont les arguments pour les exponentielles. Ainsi, la solution mathématique générale, x de t, est un complexe d'amplitude A1 fois l'exponentielle de lambda un t plus un complexe d'amplitude A2 fois l'exponentielle de lambda deux t. Et ici, il ne faut pas oublier que A1 et A2 sont des nombres complexes. Okay? Eh bien, comme je l'ai dit, tout se jouera sur la valeur relative de gamma et d'oméga zéro. Okay? Si le gamma est inférieur à l'oméga-zéro, que se passera-t-il? Les termes sous le signe deviendront négatifs. Nous verrons apparaître des nombres imaginaires. Nous aurons une oscillation. Si le gamma est supérieur à l'oméga zéro, il sera positif sous le signe. Tout se jouera dans le nombre de numéros. Il n'y aura pas d'oscillation. Ce sera une mort forte. Le gamma, qui se caractérise par la plus grande friction, est plus grand que l'oméga zéro, qui se caractérise par une oscillation. Okay? Et évidemment, il y a le cas limite, où ils sont égaux. Le cas limite est très intéressant du point de vue de l'analyse mathématique. Nous y reviendrons plus tard. Okay?

notes

résumé

79m 10s

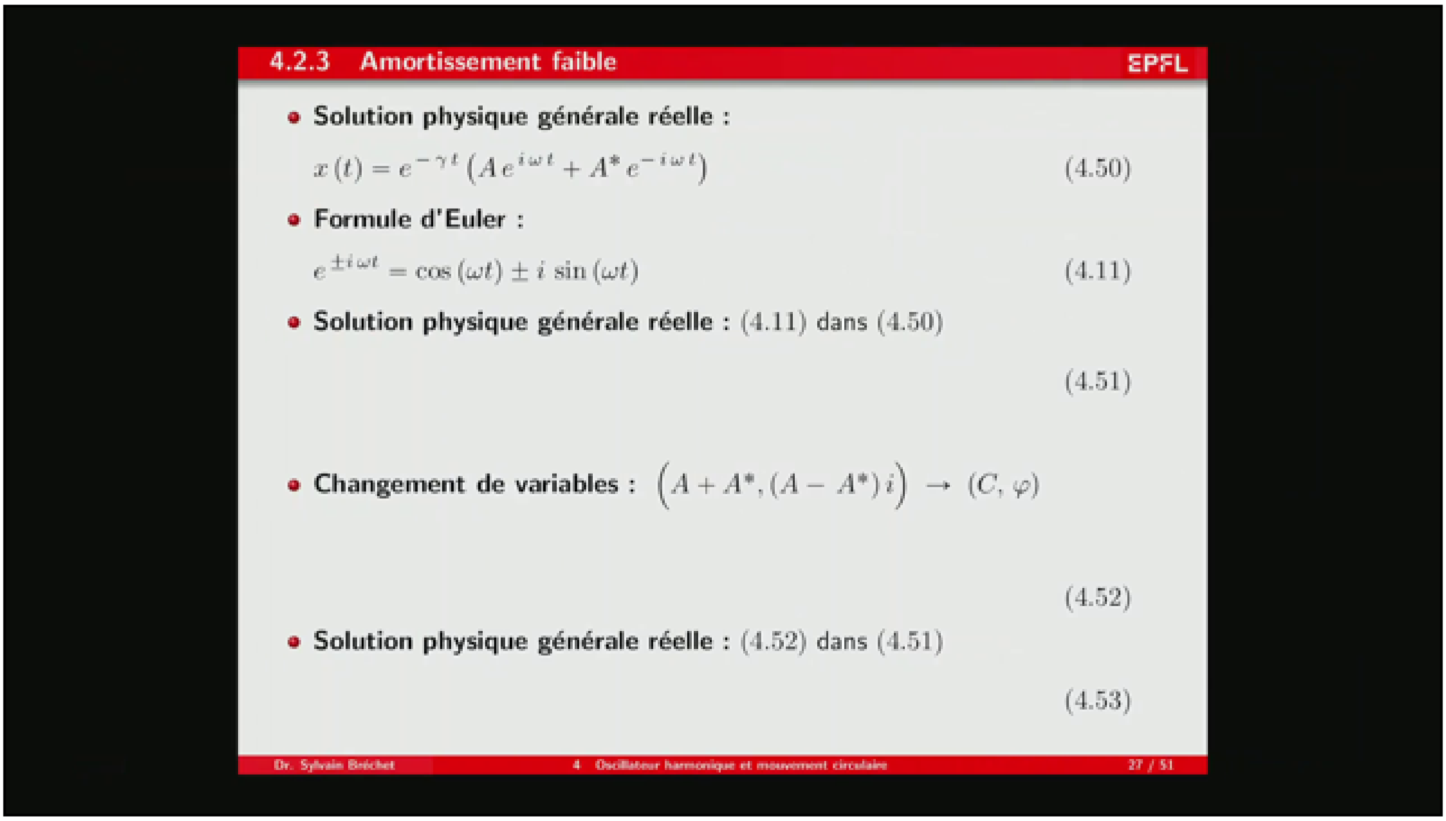


Nous traiterons le cas le plus intuitif, qui n'est pas nécessairement le plus simple du point de vue mathématique, qui est le mouvement oscillatoire avec une mort faible. Prenons un gamma inférieur à l'oméga zéro. Si gamma est inférieur à oméga zéro, notre racine carrée du discriminant réduit, c'est-à-dire la racine carrée de gamma carré moins oméga zéro carré, est la racine carrée d'un nombre négatif. Ce que nous aimerions, c'est rester quand nous le pouvons avec des nombres réels, mais faire apparaître le nombre imaginaire. Donc, ce que nous allons faire est de prendre la racine carrée de la valeur absolue de gamma carré moins oméga zéro carré, qui est nécessairement un nombre réel positif. Attention, étant donné que le gamma est plus petit que l'oméga zéro, Ce que nous avons fait, c'est que nous avons mis en évidence la racine carrée d'un nombre négatif, qui est i. Et cela, nous le justifierons dans quelques instants, est i fois la pulsation de ce mouvement d'oscillation, oméga, sera la racine carrée de la valeur absolue de gamma carré moins oméga zéro carré. Et donc, en termes de ceci, si vous regardez les deux racines dans l'équation 445, dans ce cas, vous pouvez écrire que lambda 1 est moins gamma plus i oméga, et lambda 2 est moins gamma moins i oméga, où i oméga est un nombre réel strictement positif, et vu que, vous voyez, en comparant les deux solutions, que vous pouvez passer de la première racine à la deuxième racine en remplaçant i par mu, et donc ces deux nombres complexes, et c'est important, sont des complexes conjugués. Donc lambda 2 est le complexe conjugué de lambda 1. Maintenant, ce que nous aimerions trouver est une solution mathématique réelle à notre problème. La première étape est de prendre les racines que nous venons d'obtenir et les remplacer dans la solution mathématique générale. Nous aurons des exponentiels de moins

notes

résumé

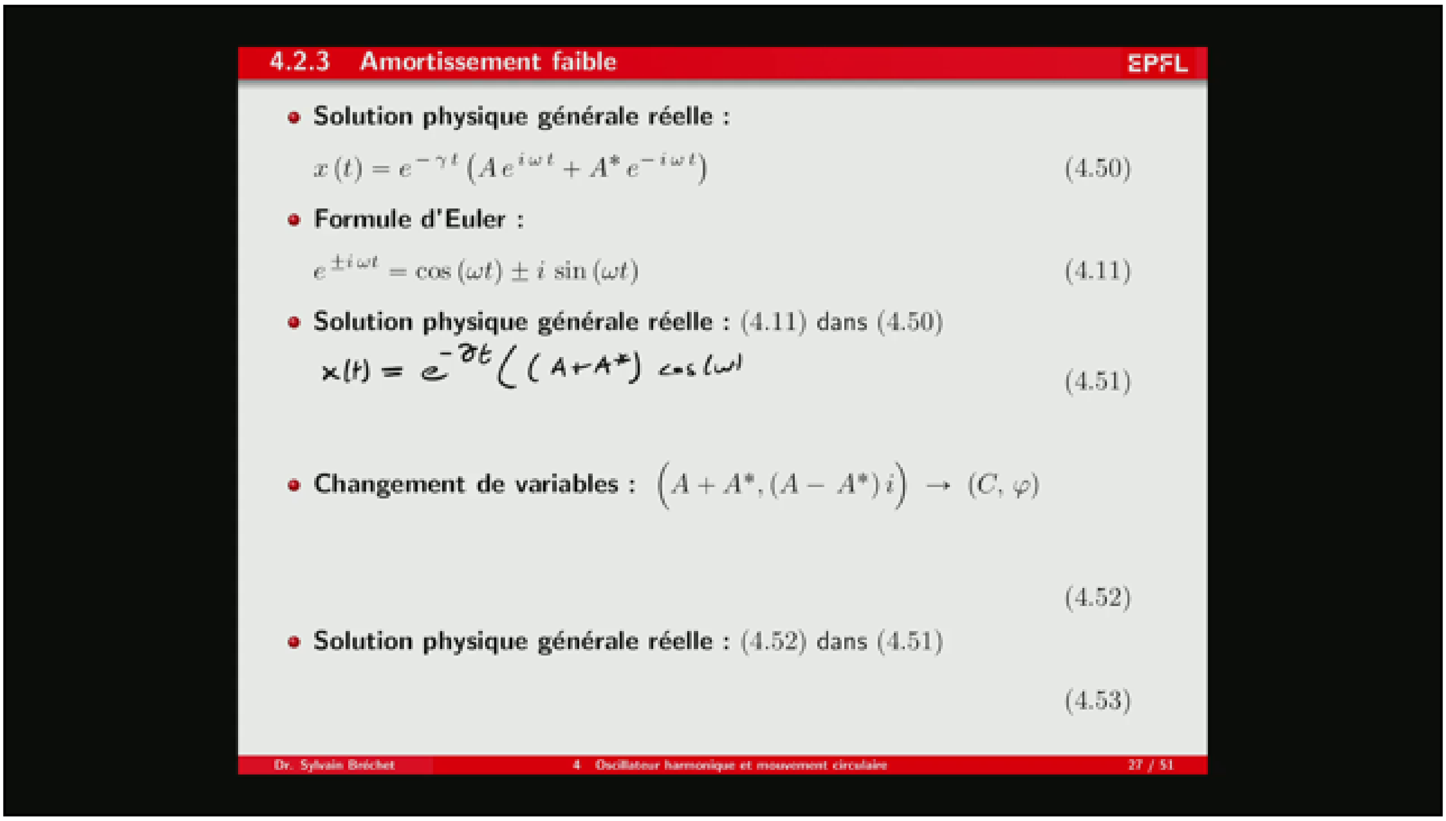
80m 26s



de gamma plus ou moins d'oméga t. Ou, l'exponentielle de a plus bt est l'exponentielle de parfois l'exponentielle de bt. Nous allons mettre en évidence la partie liée à la friction, ce qui sera le même pour lambda 1 et lambda 2, c'est moins gamma. Donc, pour le x de t, nous l'écrirons comme l'exponentielle de moins de gamma fois le temps, qui multiplié par 1, l'exponentielle de i oméga t plus a2, l'exponentielle de moins d'oméga t. Eh bien, à partir de là, nous aimerions une solution qui soit réelle. Comment garantir que la solution est réelle? Eh bien, si nous avons des nombres complexes, si nous avons un nombre complexe, nous aimerions avoir un nombre conjugué complexe. Ce que nous aimerions, c'est que le deuxième terme soit le complexe conjugué de celui-ci. Cependant, le premier nombre est le produit de nombres complexes. Le complexe conjugué des nombres complexes est le produit du complexe conjugué de ces nombres complexes. Ainsi, le complexe conjugué de l'exponentielle de i oméga t est l'exponentielle de moins i oméga t. Donc, pour que cela fonctionne, nous avons encore besoin de a2 pour être le complexe conjugué de a1. Donc, en imposant cela, nous aurons une vraie solution. Pour simplifier les choses, nous appellerons a1 a et a2 sera, au début, le complexe conjugué de a. Et la solution physique générale, réelle, sera la suivante. C'est l'exponentielle de moins d'oméga t, qui multipliée par une fois l'exponentielle d'oméga t plus une étoile multipliée par l'exponentielle de moins d'oméga t. Donc, c'est le genre de raisonnement que nous faisons souvent dans l'analyse complexe, écrire les choses de cette façon si nous faisons apparaître un nombre.

notes

résumé

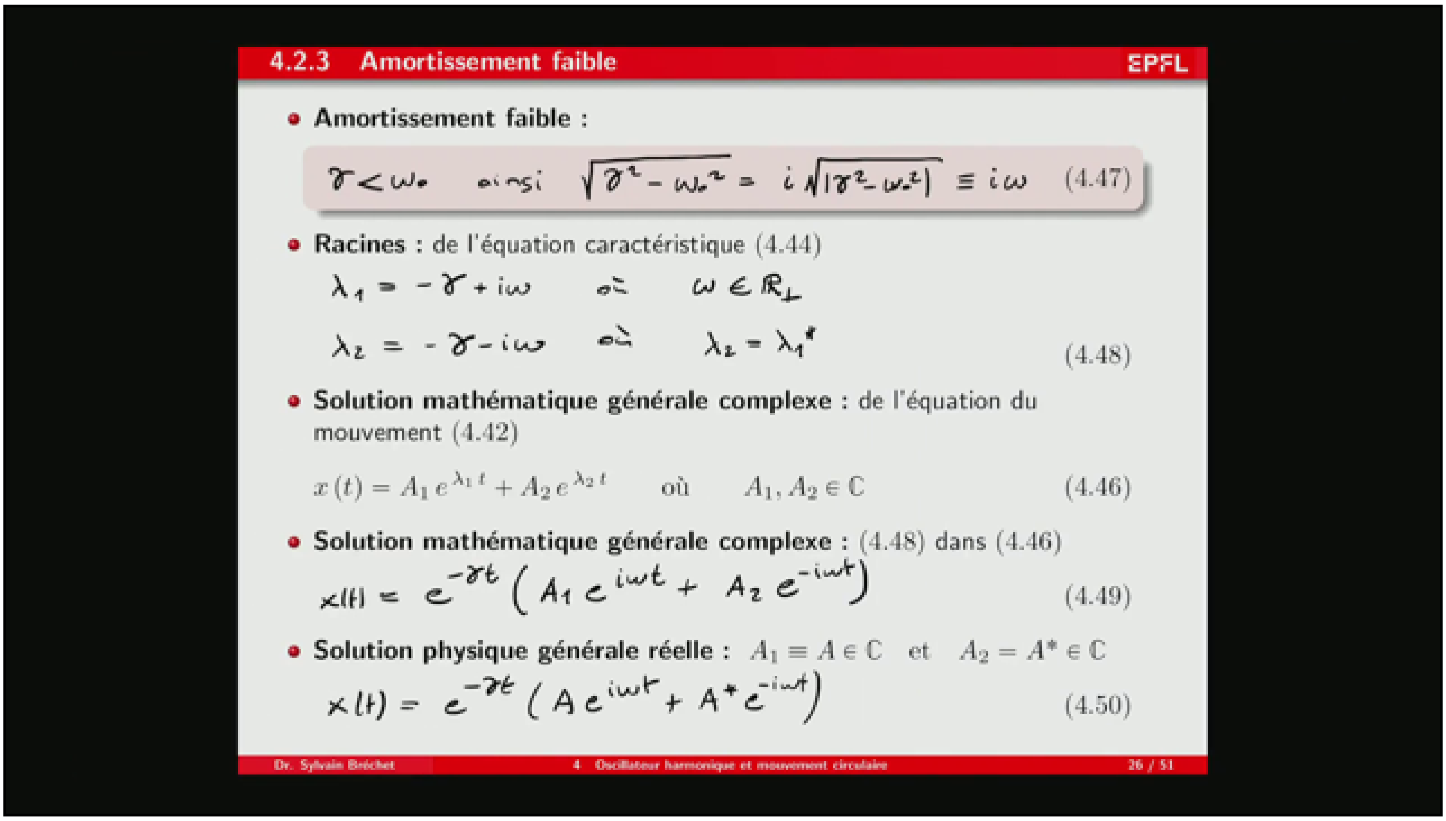


Pour aller plus loin, nous aurons besoin de la formule de l’air pour écrire les exponentielles en termes de leur partie réelle et de leur partie imaginaire. Donc, l'exponentielle de moins d'oméga t est la partie réelle, qui est le cosinus, plus ou moins i fois la partie imaginaire, qui est le sinus. Donc, si nous faisons cela pour l'exponentielle de i oméga t et aussi pour l'exponentielle de moins i oméga t, nous serons en mesure de factoriser en termes d'oméga t cosinus et d'oméga t sinus. Et donc, nous trouvons que la solution physique générale, x de t, est le pré-facteur, l'exponentielle de moins d'oméga t, qui multipliée par un plus une étoile fois le t d'oméga de cosinus.

notes

résumé

84m 53s

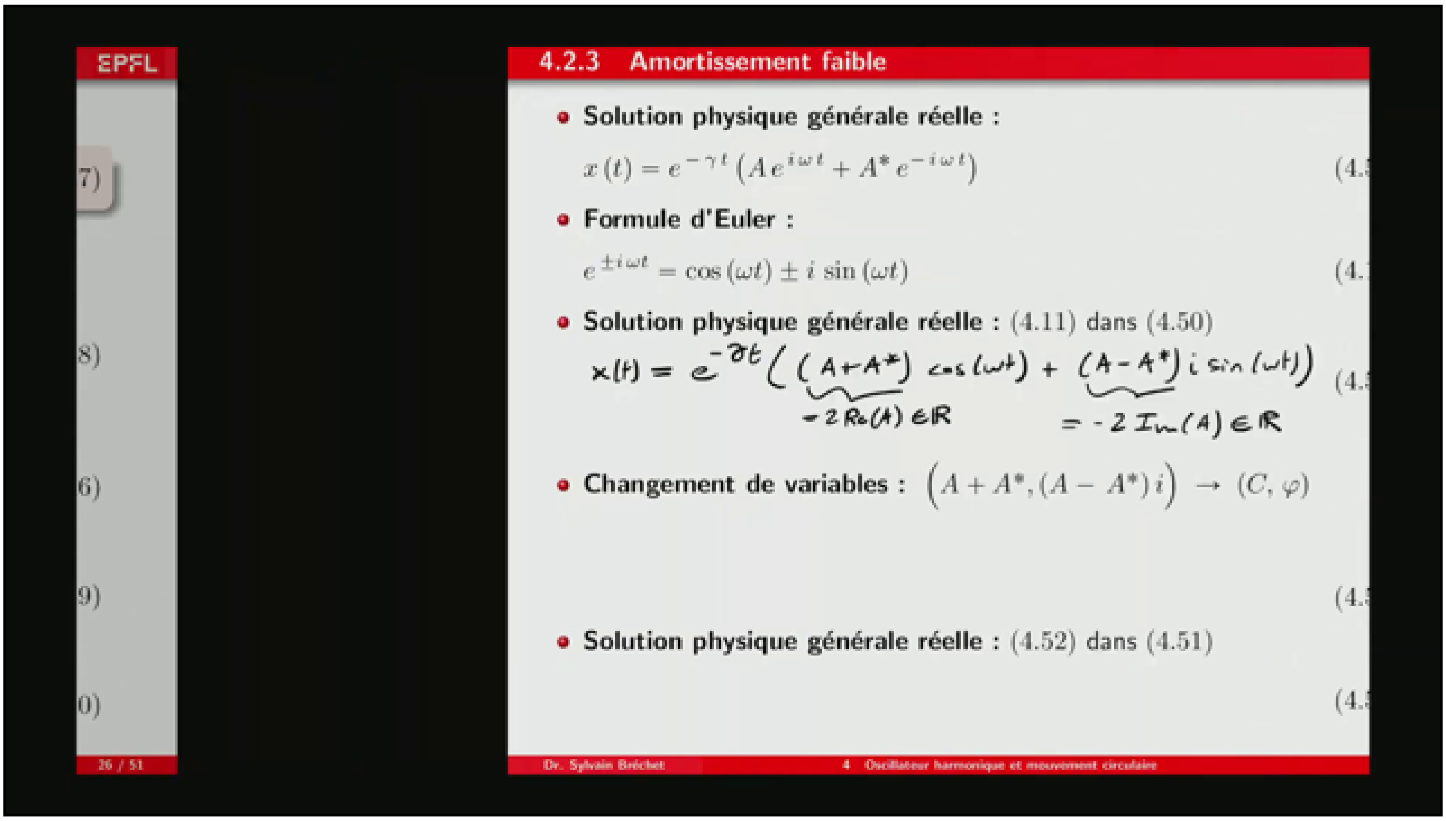


Plus un moins une fois une étoile i fois l'oméga sinusoïdal t. Je suis d'accord, ce n'est pas très simple. Cependant, il y a quelque chose de très agréable qui sort. Regardez un plus une étoile. Vous avez un nombre complexe et sa conjugaison complexe. z plus sa conjugaison complexe z star z bar, il donne deux fois la partie réelle. Donc, c'est deux fois la partie réelle du nombre complexe a, C'est donc un grand qui appartient à un air. Celui-ci, au moins une étoile, qu'est-ce que c'est? C'est deux fois la partie imaginaire de a multipliée par i. Oui, mais nous avons aussi un facteur i qui est là. Donc, deux fois la partie imaginaire multipliée par i, multipliée par la seconde fois par i, il donne deux fois la partie imaginaire du nombre complexe a. Donc, c'est deux fois la partie imaginaire de a. Et je le répète, si vous avez un nombre complexe, la partie réelle et la partie imaginaire sont des nombres. C'est quand vous prenez la partie imaginaire multipliée par i que vous obtenez un nombre imaginaire. Ce qui signifie que nous avons une solution cos, une solution sinusoïdale, Il y a deux coefficients qui sont des nombres.

notes

résumé

85m 37s

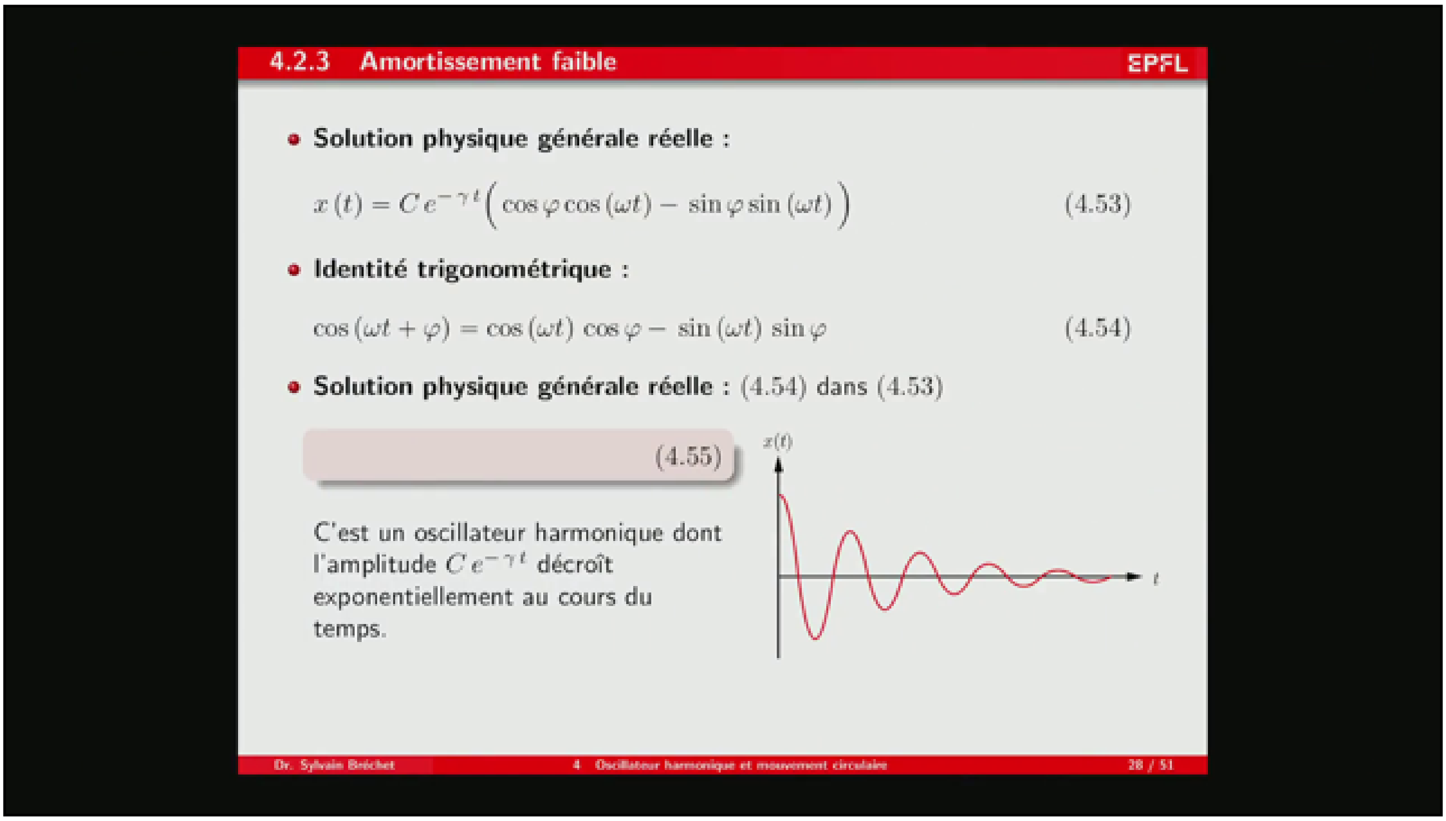


Si j'appelle ça z1, j'appelle ça z2, z2 doit être la conjugaison complexe de z1. Maintenant, si je prends deux nombres complexes, Prenons un u et un v. La conjugaison complexe de u fois v est la conjugaison complexe de u et v. C'est donc la conjugaison complexe de z1. Ainsi, l'exponentielle de l'oméga t est la conjugaison complexe de l'oméga t. C'est déjà le cas.

notes

résumé

87m 30s

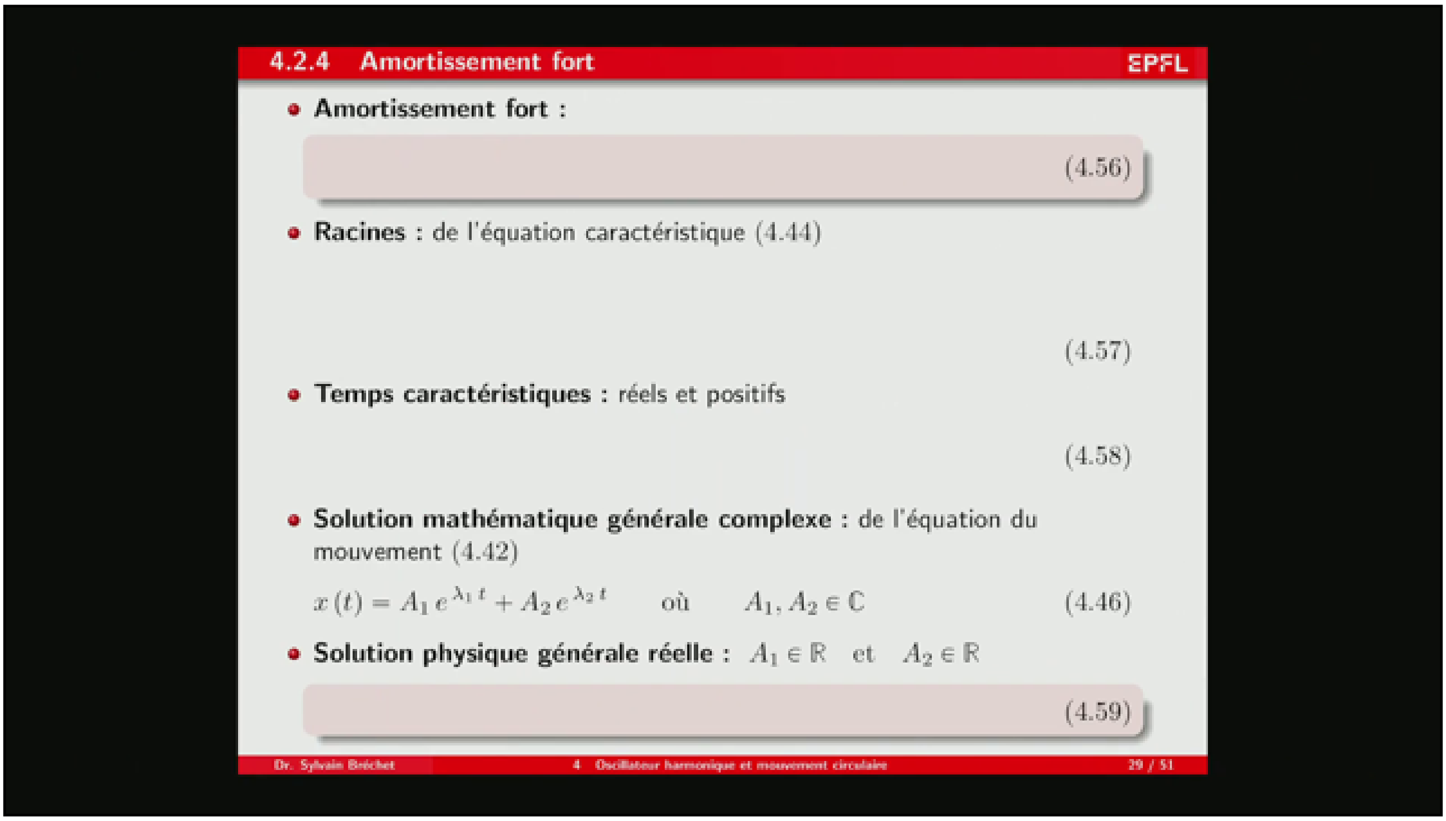


Et aussi, que a1 est la conjugaison complexe de a2. Donc, je vous rappelle que a-star est 2i fois la partie imaginaire de a multipliée par i, qui est la partie imaginaire avec un signe moins. Donc, le changement de variable est un plus a-star, qui est écrit comme c fois le cosinus de i, et une moins a-star, qui est écrite comme c fois le sinus de i. Et donc, nous obtenons, comme solution physique générale, x2t, qui est c fois l'exponentielle de a-star, qui est multiplié par le cosinus de i fois le cosinus d'oméga t moins le sinus de i fois le sinus d'oméga t. Et nous finissons rapidement avec la prochaine diapositive pour être dans l'action complète.

notes

résumé

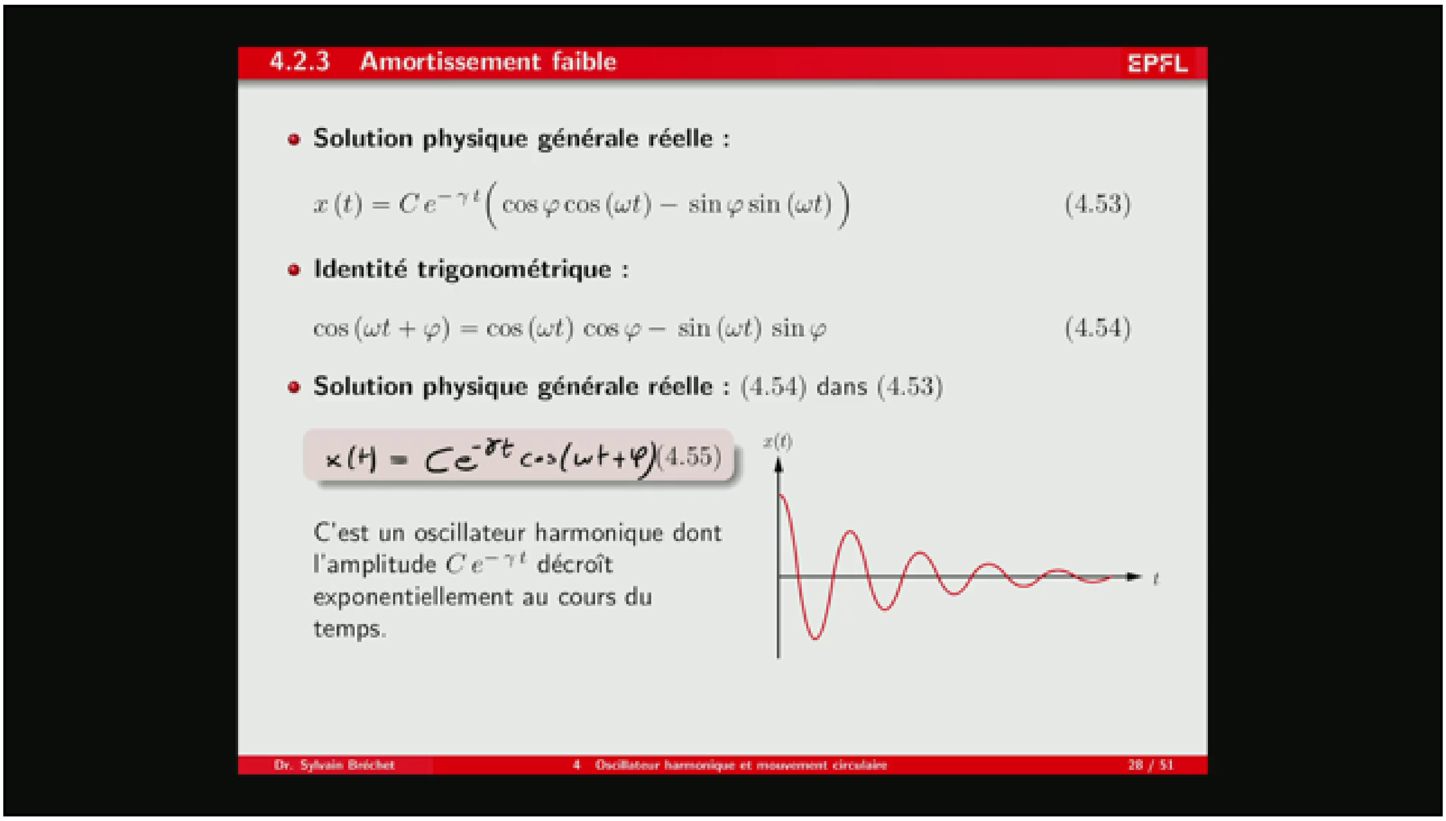
88m 27s



notes

résumé

89m 24s

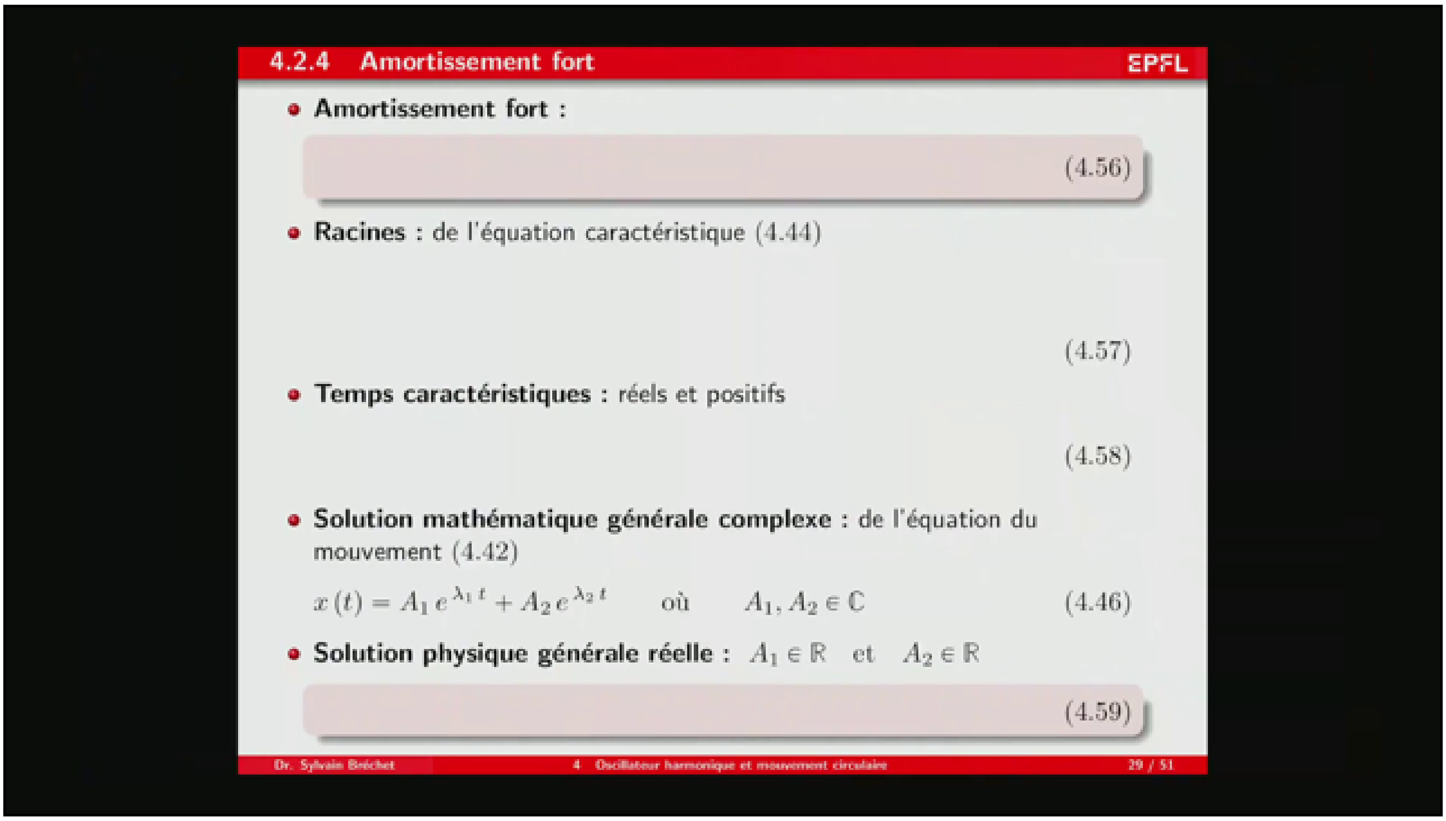


Et après la pause, nous allons examiner la solution particulière de ce mouvement harmonique, ainsi que votre amortissement. On verra que ce n'est pas facile.

notes

résumé

91m 51s

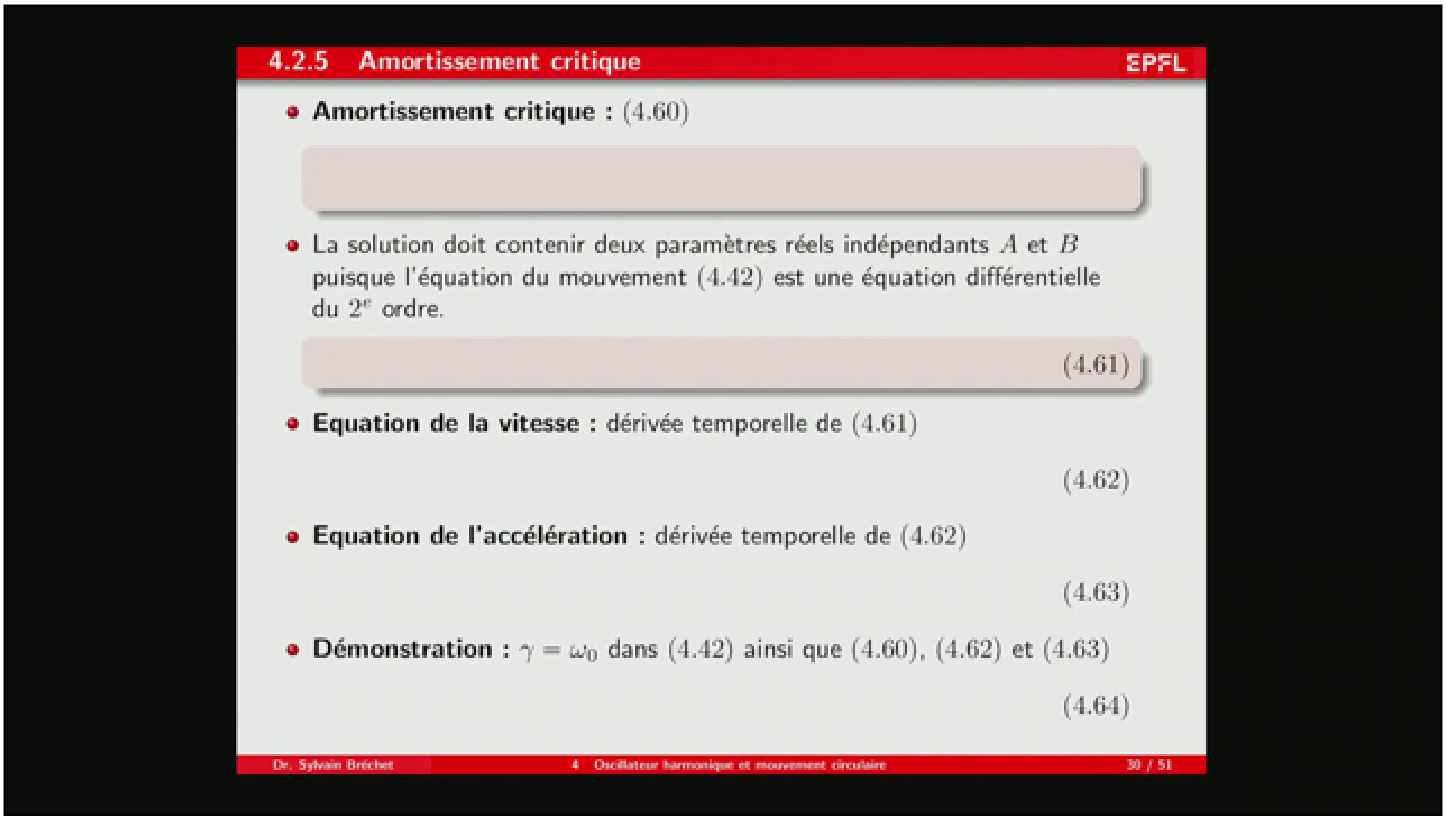


Ici, donc, avant de continuer, Je remarque qu'il y a au moins une personne qui n'a pas dormi dans l'auditorium. C'est bien. Peut-être qu'on en a plus. Il y a un i à côté d'un moins une étoile dans l'équation 452. Alors, n'oubliez pas de mettre le i. C'est seulement quand a moins une étoile est multipliée par i qu'il s'agit d'un nombre purement réel. Okay? C'est moins de deux fois la partie imaginaire. Et on peut donc faire ce changement de variable. C'est parti.

notes

résumé

92m 2s

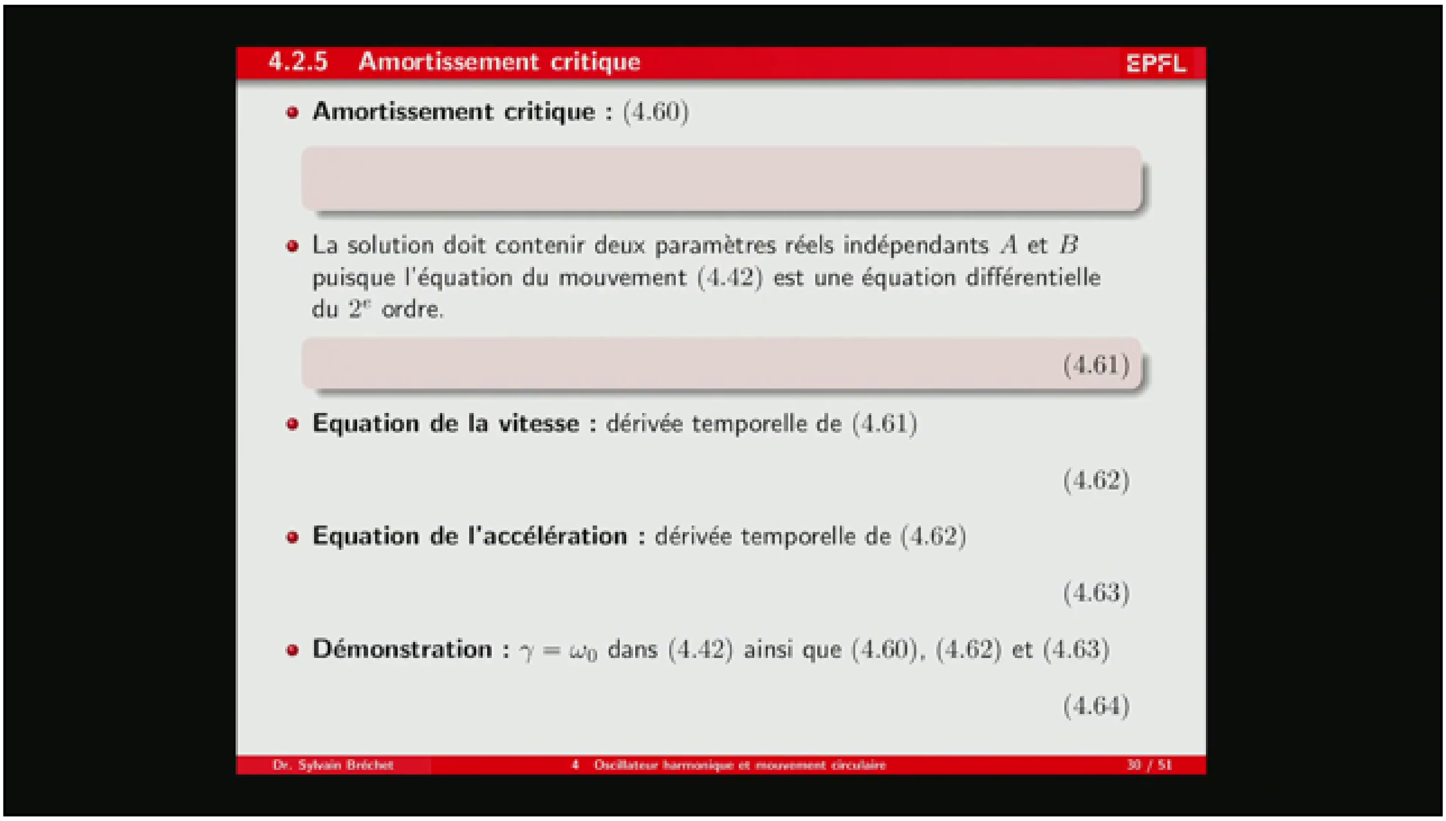


Passons maintenant à la forte amortissement. Nous avons traité le cas de l'amortissement faible, où l'oscillation qui le portait sur l'amortissement... Au contraire, c'est l'amortissement qui le porte sur l'oscillation, Le gamma est donc supérieur à l'oméga 0. Et donc, quand on prend la racine carrée de gamma carré moins oméga 0 au carré, il est équivalent à la racine carrée de la valeur absolue de gamma carré moins oméga 0 au carré. Le palais n'aurait pas dit mieux. Et ceci, nous allons le définir comme oméga, qui est plus grand que gamma. Nous avons posé la question, mais comment pourriez-vous définir cela comme oméga? Donc, évidemment, nous l'avons fait en connaissant le résultat final. Si vous regardez le développement suivant, vous voyez que l'écriture peut être faite en termes d'un seul cosinus, de quelque chose qui multiplie le temps, et donc si nous définissons cela comme oméga, C'est clairement la pulsation. Okay? Nous faisons la même chose ici. Donc, si nous prenons les racines de l'équation caractéristique dans le cas d'un amortissement fort, nous allons nous retrouver avec moins de gamma plus d'oméga, où lambda 1 sera un nombre réel, qui est, un nombre réel strictement négatif, contenant le fait que le gamma est supérieur à l'oméga. Okay? Nous allons faire la même chose pour lambda 2, qui sera moins gamma moins oméga. Ici aussi, lambda 2 est un nombre strictement négatif. Okay? Ce qui nous permet maintenant d'introduire des temps caractéristiques, qui sont des amplificateurs strictement positifs. Nous aurons, d'une part, moins 1 sur lambda 1, donc lambda 1 étant négatif, moins 1 sur lambda 1, Cela nous donnera quelque chose de positif. Comme dans l'argument exponentiel, nous avons un lambda 1 ou 2 fois le temps, l'unité de lambda est le contraire du temps. Donc, le contraire de lambda est l'unité du temps. Donc, ici, nous avons un temps, qui est définitivement positif, donc c'est 1 sur

notes

résumé

92m 38s



gamma moins oméga 0. Tiens. D'un autre côté, nous avons tau 2, qui va être moins 1 sur lambda 2, qui est 1 sur gamma plus oméga, Et là aussi, c'est un nombre réel strictement positif. Très bien. Donc, si nous prenons notre solution mathématique générale, nous faisons la substitution, on peut alors écrire ce terme solution de temps d'amortissement. Nous aurons A1 fois l'exponentielle de moins 1 sur tau 1 plus A2 fois l'exponentielle de a moins t sur tau 2, et nous pouvons voir clairement que A1 et A2 Il doit y avoir des nombres réels pour que la solution soit réelle. Nous avons donc une combinaison linéaire d'exponentielle à amortir. Exponentiel à un argument négatif, ce qui semble raisonnable pour l'amortissement. Okay?

notes

résumé

4.2.5 Amortissements faible, fort et critique

EPFL

- **Amortissement faible :** (4.55)

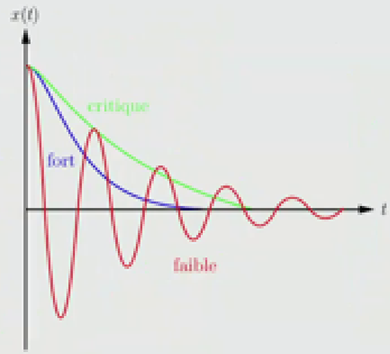
  $x\left(t\right) = C\,e^{-\gamma\,t}\,\cos\left(\omega t + \varphi\right)$

- **Amortissement fort :** (4.59)

  $x\left(t\right) = A_1\,e^{-\frac{t}{\tau_1}} + A_2\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

- **Amortissement critique :** (4.61)

  $x\left(t\right) = \left(A + B\,t\right)e^{-\omega_0\,t}$



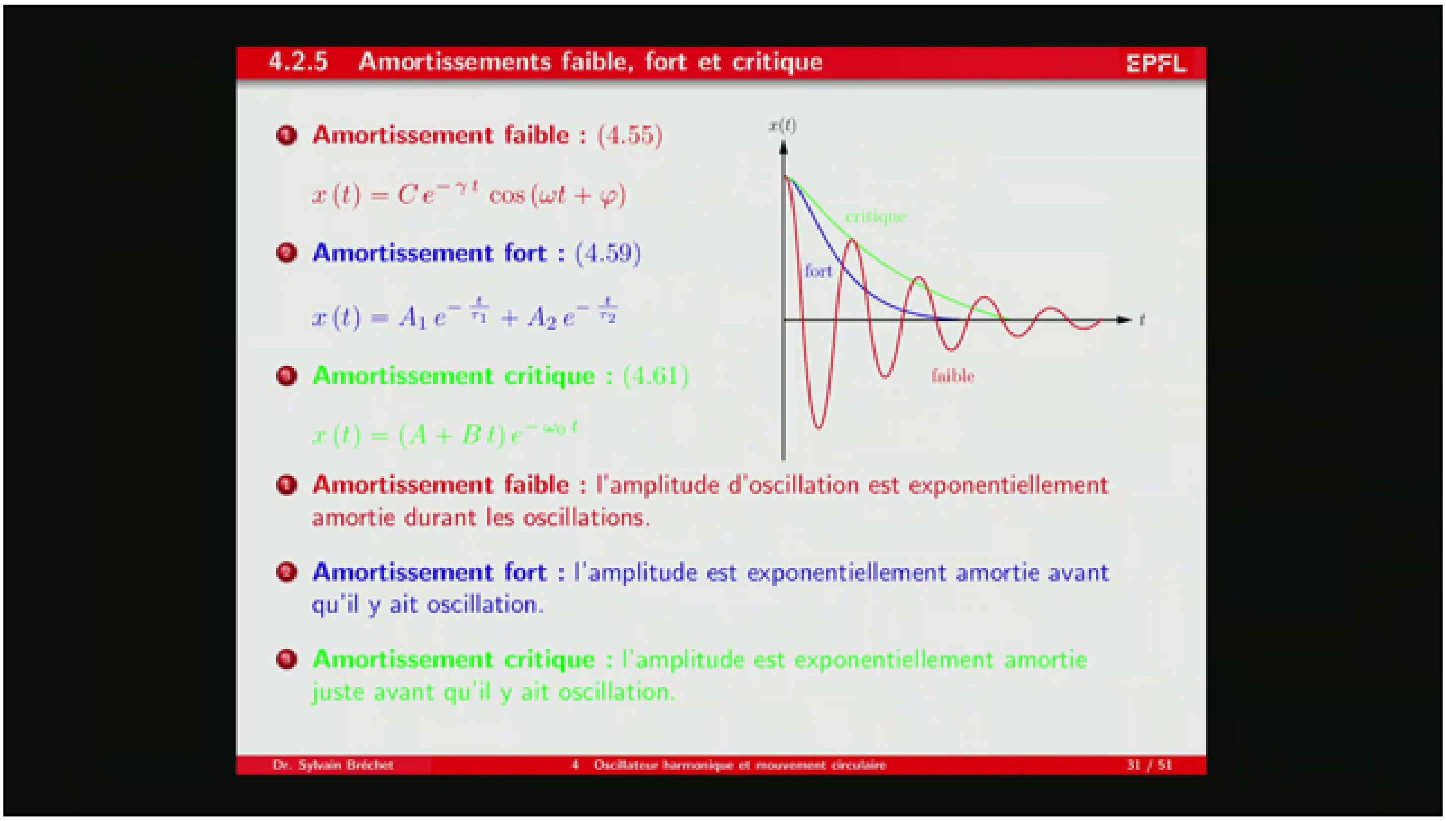
- **Amortissement faible :** l'amplitude d'oscillation est exponentiellement amortie durant les oscillations.
- **Amortissement fort :** l'amplitude est exponentiellement amortie avant qu'il y ait oscillation.
- **Amortissement critique :** l'amplitude est exponentiellement amortie juste avant qu'il y ait oscillation.

Dr. Sylvain Bréchet 4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire 31 / 51

notes

résumé

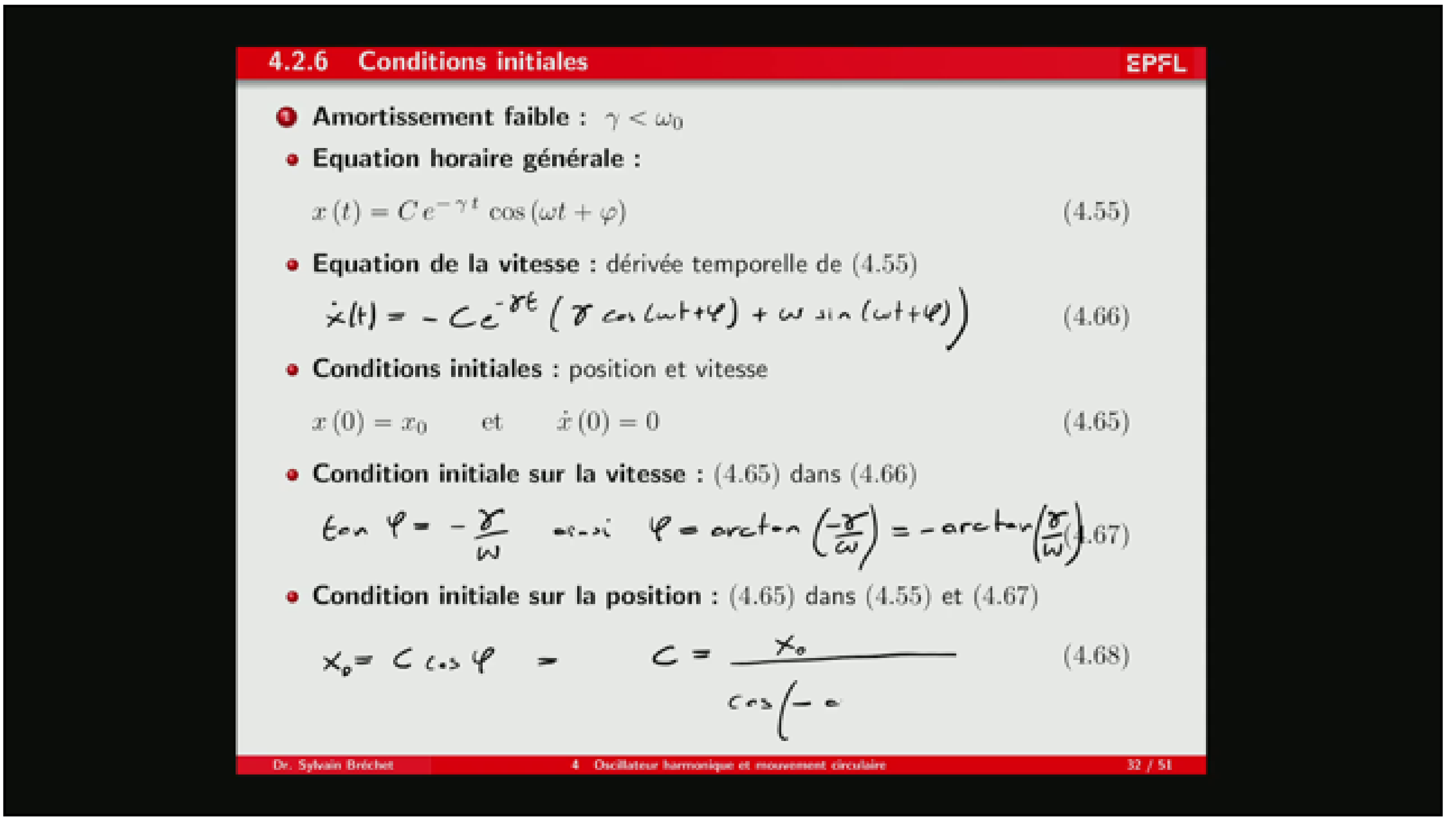
95m 50s



la vitesse, x.t, Ensuite, nous aurons à dériver à la fois l'exponentielle et le plus Bt. Donc, nous allons nous retrouver avec un B, moins un oméga 0 fois un plus Bt, qui multiplie l'exponentielle de moins oméga 0t. Okay? On peut refaire l'exercice, Pour la deuxième fois, pour trouver x.t en fonction du temps. Et nous allons trouver moins les oméga 0, qui multiplie deux B, moins oméga 0 fois un plus Bt, l'ensemble exponentiel de moins oméga 0 fois t. Okay? Donc, maintenant, pour montrer que c'est correct, nous devons dériver l'équation du mouvement, qui est x.t plus deux gamma, Mais attention, le gamma est oméga 0. Donc, nous pouvons l'écrire comme deux oméga 0 fois x.t plus oméga 0 au carré fois x, qui est égal à zéro. Donc, maintenant, si vous prenez la solution en x, vous prenez x.t, prenez x.t, vous le remplacez dans cette équation, sur le côté gauche, vous verrez que vous obtenez zéro, l'équation est satisfaite, C'est une solution acceptable. Okay? C'est la solution d'apprentissage. Okay? Avoir deux paramètres indépendants. Nous verrons comment trouver une solution particulière La mort critique dans quelques instants.

notes

résumé

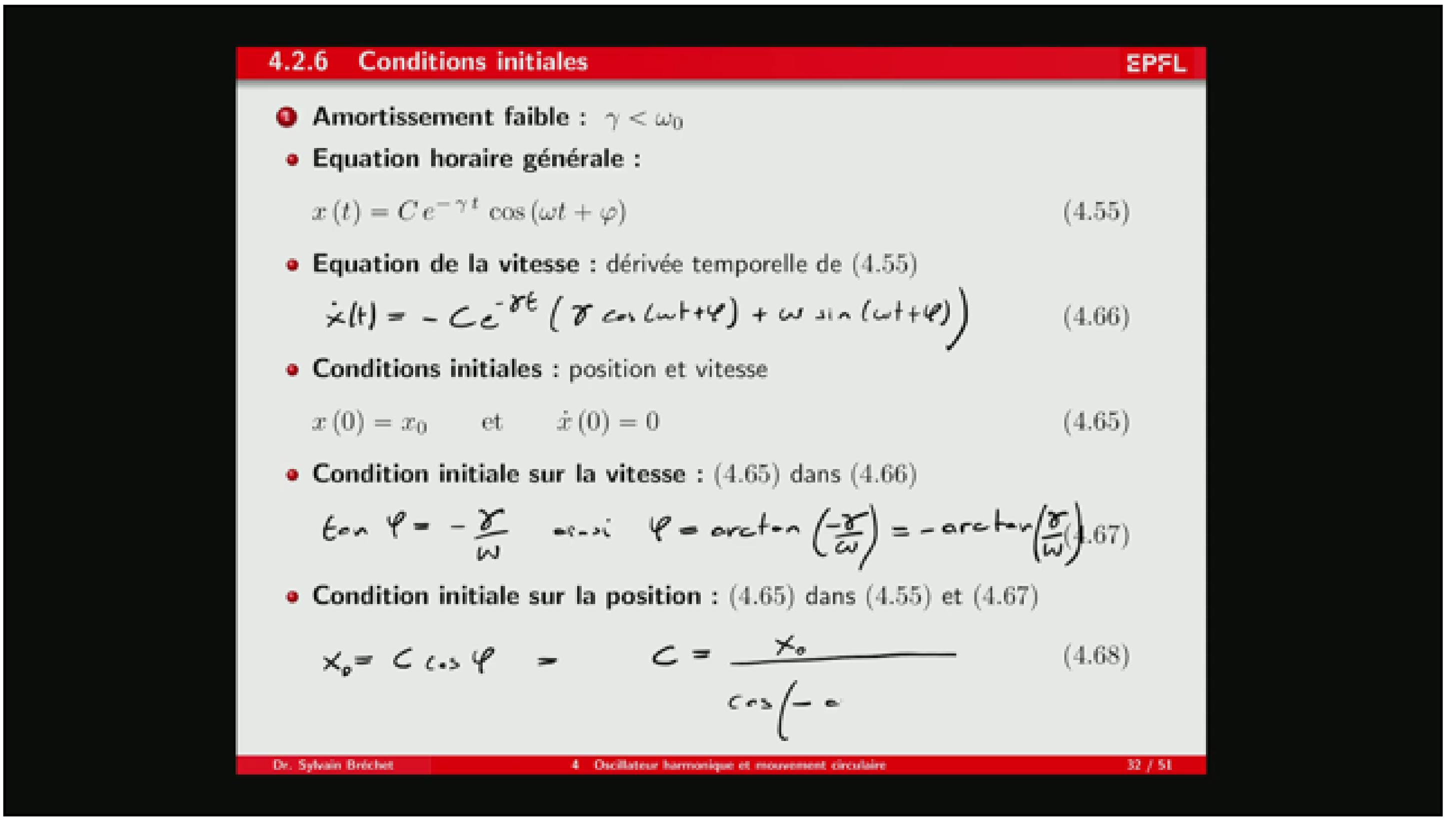


Donc, nous résumons rapidement. Nous avons la mort forte, où nous avons un mouvement d'oscillation, mais avec une enveloppe exponentielle, c'est-à-dire que l'amplitude diminue exponentiellement Au fil du temps. C'est si la friction est suffisante. Si la friction est trop forte, Le système n'a pas le temps d'osciller. Donc, nous avons une combinaison linéaire de diminutions exponentielles, ce qui est exponentiel diminue que vous voyez ici. Il y a une limite entre les deux, qui est la mort critique, où c'est aussi une décroissance exponentielle, mais juste avant que la première oscillation n'apparaisse. Okay? Si vous avez un gamma, qui est un peu moins important que celui que vous avez pour avoir la mort critique, automatiquement une oscillation qui apparaît. Okay? Nous avons vraiment la limite de l'oscillation pour la mort critique. Okay. So, Prenons maintenant des solutions particulières. Comme solution particulière, nous prendrons les conditions initiales que nous avons choisies précédemment, avec une coordonnée initiale x0 pour la position et une vitesse initiale qui est donnée. Okay? Nous aurons besoin de dériver, en cas de mort faible, l'équation d'erreur générale par rapport au temps pour trouver l'équation de la vitesse, X.t. Okay? Et alors nous nous retrouverons avec moins c, l'exponentielle de moins gamma au carré, qui multiplie le gamma, fois le cosinus d'oméga t plus phi. Okay? Plus d'oméga fois le sinus d'oméga t plus phi. Okay? So, si l'on prend la condition initiale sur la vitesse, x.valuer 0 nous donne 0. Okay? L'exponentiel de 0.7.1, nous avons besoin des termes entre parenthèses ici, C'est nul. En t égale 0. Nous avons le cos de phi, nous avons le sinus de phi. Nous pouvons faire le rapport du sinus de phi sur le cosinus de phi apparaissent, qui est la tangente de phi, qui sera égal à moins gamma au-dessus d'oméga. Okay? Donc, la tangente de la langue de défassage, C'est le contraire du gamma par rapport à

notes

résumé

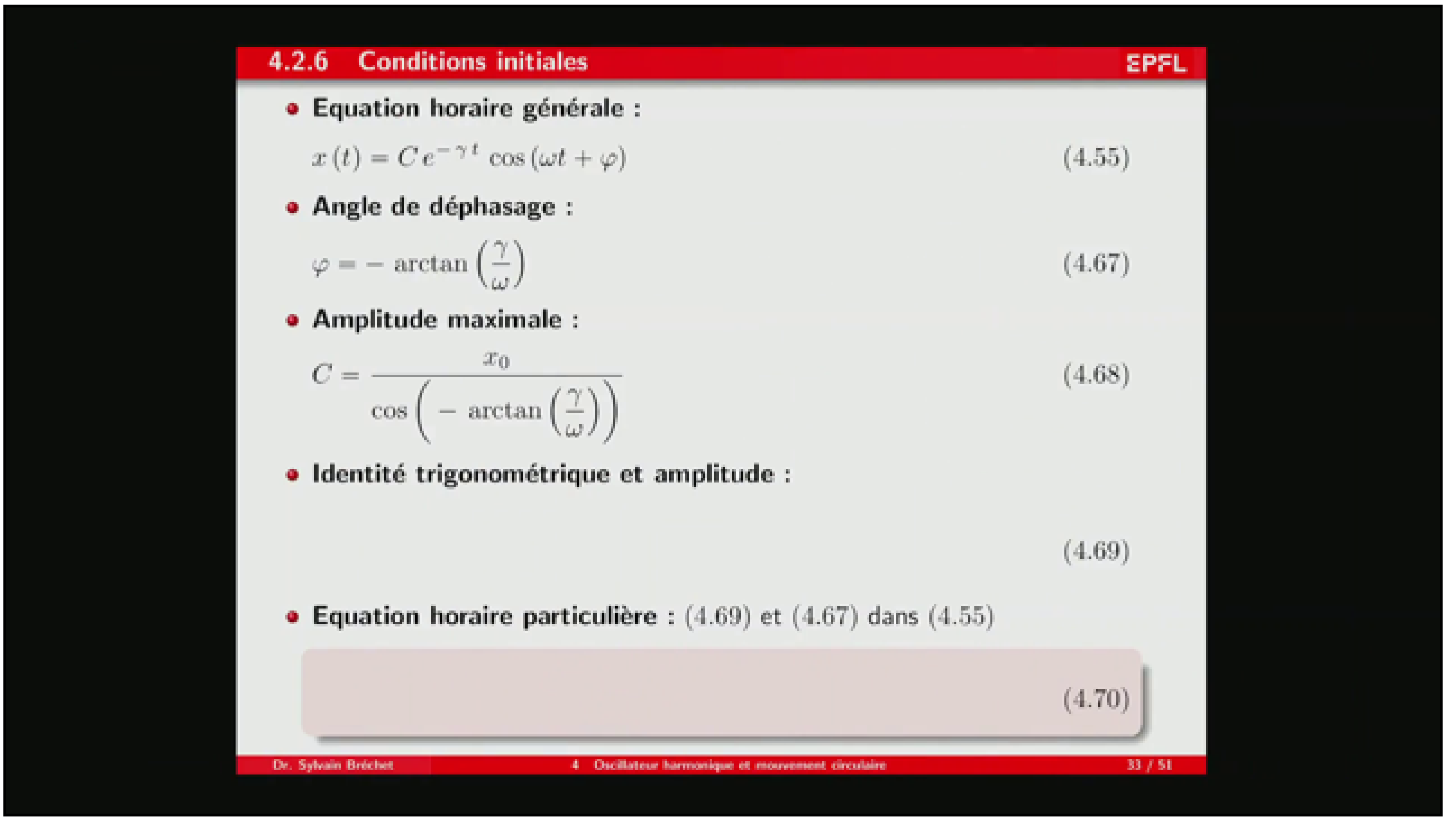
99m 29s



l'oméga. Et ainsi, le langage dénaturé, la tangente de moins gamma sur oméga. Oui. mais la tangente du langage defasage est une fonction imparfaite. C'est aussi le contraire de la tangente de la relation du gamma par rapport à l'oméga. Okay? Maintenant, nous prenons la condition initiale sur la position. Si nous évaluons x en 0, nous nous retrouverons avec c, l'exponentielle de 1, et nous aurons le cosinus de phi. Donc, c et x de 0, x est égal à 0, c est égal à 0. Donc, c, c est x de 0, divisé par le cosinus du contraire de la tangente de gamma

notes

résumé

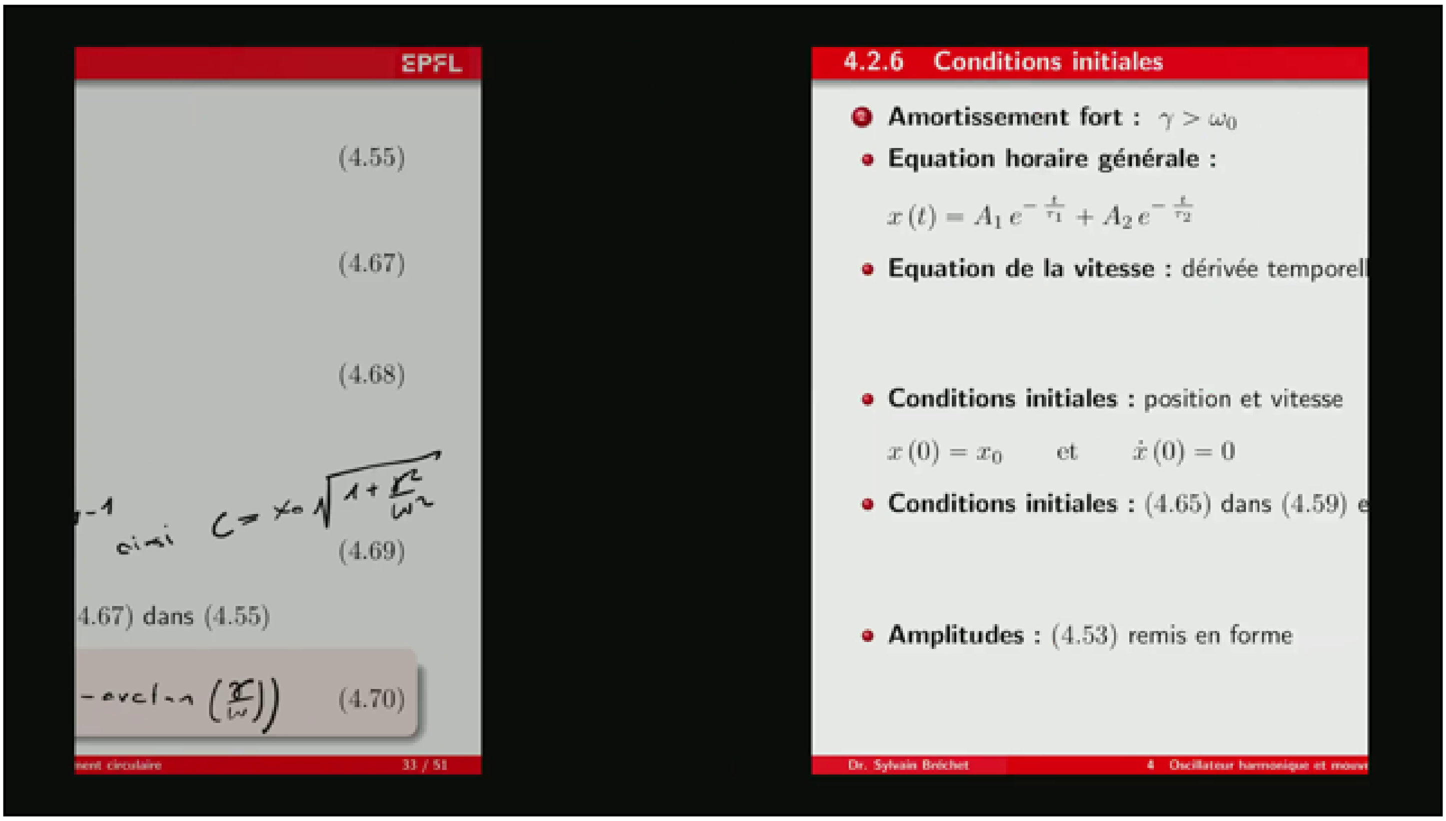


au-dessus d'oméga. Okay? Il y a donc une formule que vous connaissez. Peut-être,

notes

résumé

102m 37s

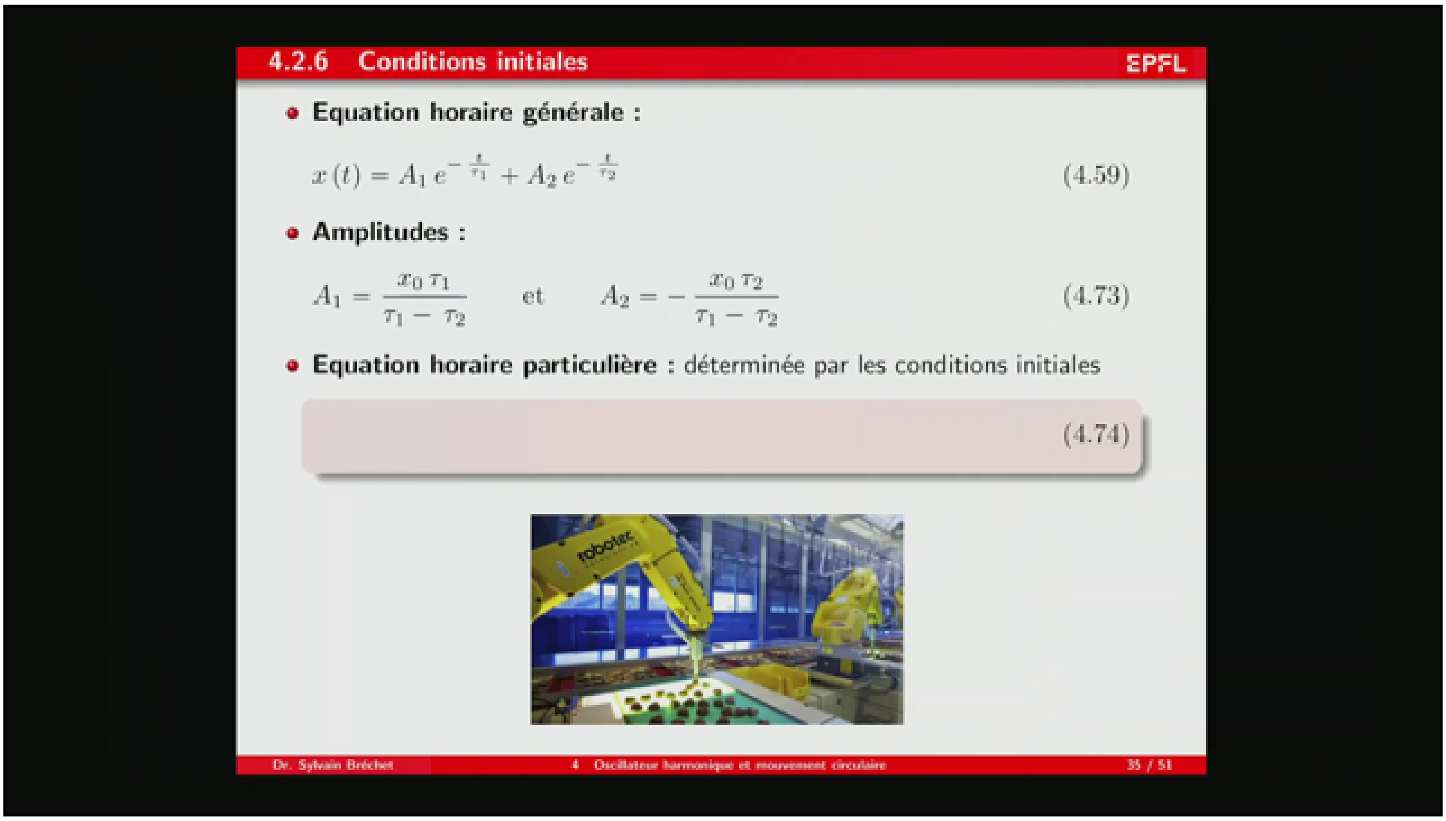


mais peut-être que vous ne le savez pas. Okay? C'est le cosinus de la tangente du gamma sur l'oméga. Il s'avère qu'il est 1 plus gamma au carré sur oméga au carré, dont nous prenons la racine carrée, et que nous prenons le contraire. Okay? Et ainsi, l'amplitude est c, c est x de 0, qui est 1 plus gamma au carré sur oméga au carré. Okay? So, l'équation réelle particulière, x de t, c est x de 0, qui est la racine carrée de 1 plus gamma au carré plus d'oméga au carré, qui est l'exponentielle de moins gamma t. Okay? Donc, nous avons ici notre c. Nous avons le cosinus, dans le cosinus, nous cachons 1 mégat, nous avons la longueur de la phase, qui est inférieur à l'arc tangent gamma par rapport à l'oméga. Une formule que vous devrez connaître à l'examen, Non, c'est une blague, vous n'aurez pas besoin de le retenir. Okay? Vous devez voir comment nous pourrions l'établir dans un cas particulier. Vous voyez, nous avons pris un cas simple où il n'y a pas de vitesse initiale. Imaginez si la vitesse initiale était non nulle, Qu'est-ce qu'on obtiendrait? Okay? Donc, on peut y arriver. C'est le message. Okay? Ici, au fait, Nous pouvons trouver si nous prenons cette équation ici, mettre gamma égal à 0, pas d'amortissement. Okay? Donc, c'est égal à 1, c'est égal à 1, nous avons x de 0, l'arc tangent de 0 est 0, Nous avons donc x de 0 fois le cosinus de l'oméga t. Nous trouvons la solution en l'absence. Bien sûr, c'est tout à fait raisonnable. Okay? a ne veut pas nécessairement dire que c'est juste. Eh bien, oui, c'est toujours vrai, mais disons, si c'est simple, clair et précis, et il semble juste, C'est une bonne chance d'avoir raison. Si c'est compliqué, c'est souvent faux. Okay? Voilà.

notes

résumé

102m 50s

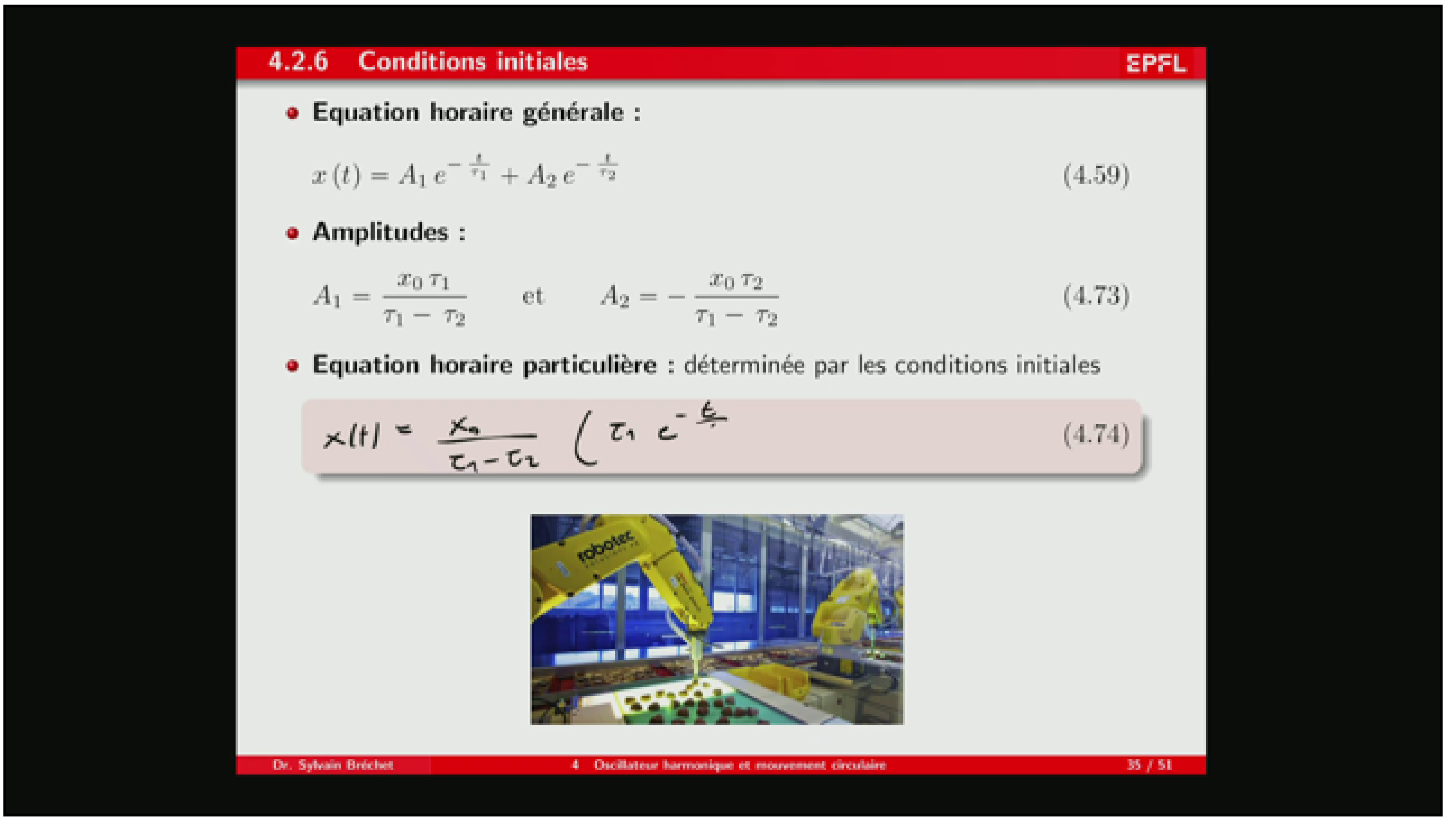


Mais dans ce cas, c'est juste. Okay? Déterminons maintenant une solution particulière de l'amortissement pour une vitesse initiale nulle. Il va donc falloir diviser, Eh bien, prenez la dérivée temporelle de l'équation de l'oraire pour trouver l'équation de la vitesse. Prendre la dérivée temporelle, les exponentielles, et les multiplier par la dérivée interne, qui est moins 1 sur tau 1 et moins 1 sur tau 2 respectivement. Nous aurons donc a1, moins a1, désolé, sur tau 1, moins a2, sur tau 2, sur tau 1, moins a1, sur tau 2. Okay? Eh bien, Si nous évaluons x point dans T est égal à zéro, les exponentielles sont égales à 1. Okay? x2 est x0, Nous avons donc deux conditions. Un est a1 plus a2, qui s'appelle x0, et l'autre est moins a1 sur tau 1, qui est égal à 0. Nous aurons alors moins a1 sur tau 1, moins a2 sur tau 2, qui est égal à 0. Nous avons un système de deux équations, Deux inconnues, a1 et a2. Nous pouvons déterminer, c'est notre amplitude, a1 cx0 tau 1 sur tau 1 moins tau 2, et a2c moins x0 tau 2 sur tau 1 moins tau 2. Et ainsi de suite.

notes

résumé

104m 54s

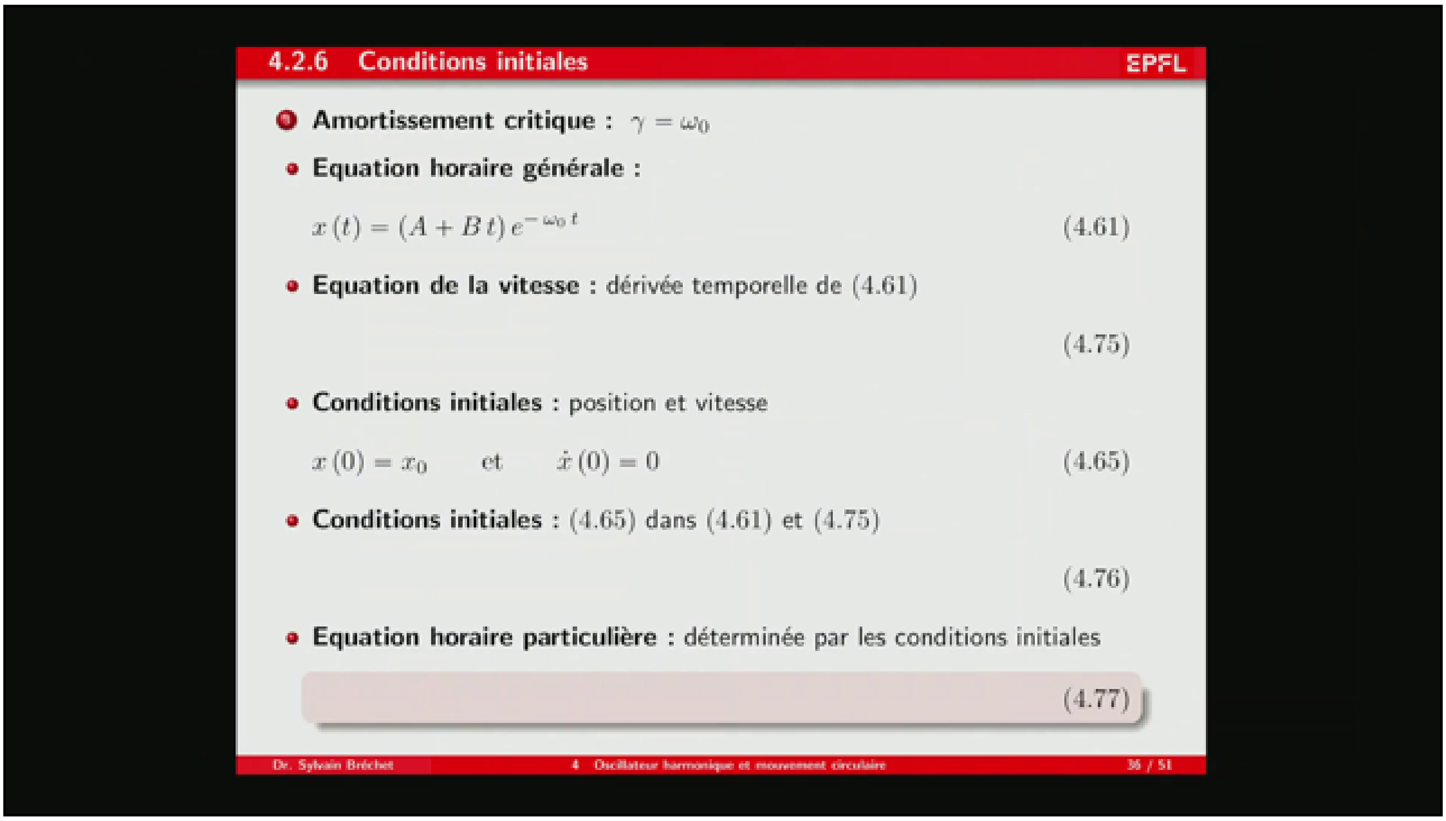


L'équation particulière, x2T sera le prochain. C'est x0 sur tau 1 moins tau 2, qui multiplie tau 1 sur tau 1, plus tau 2,

notes

résumé

106m 28s

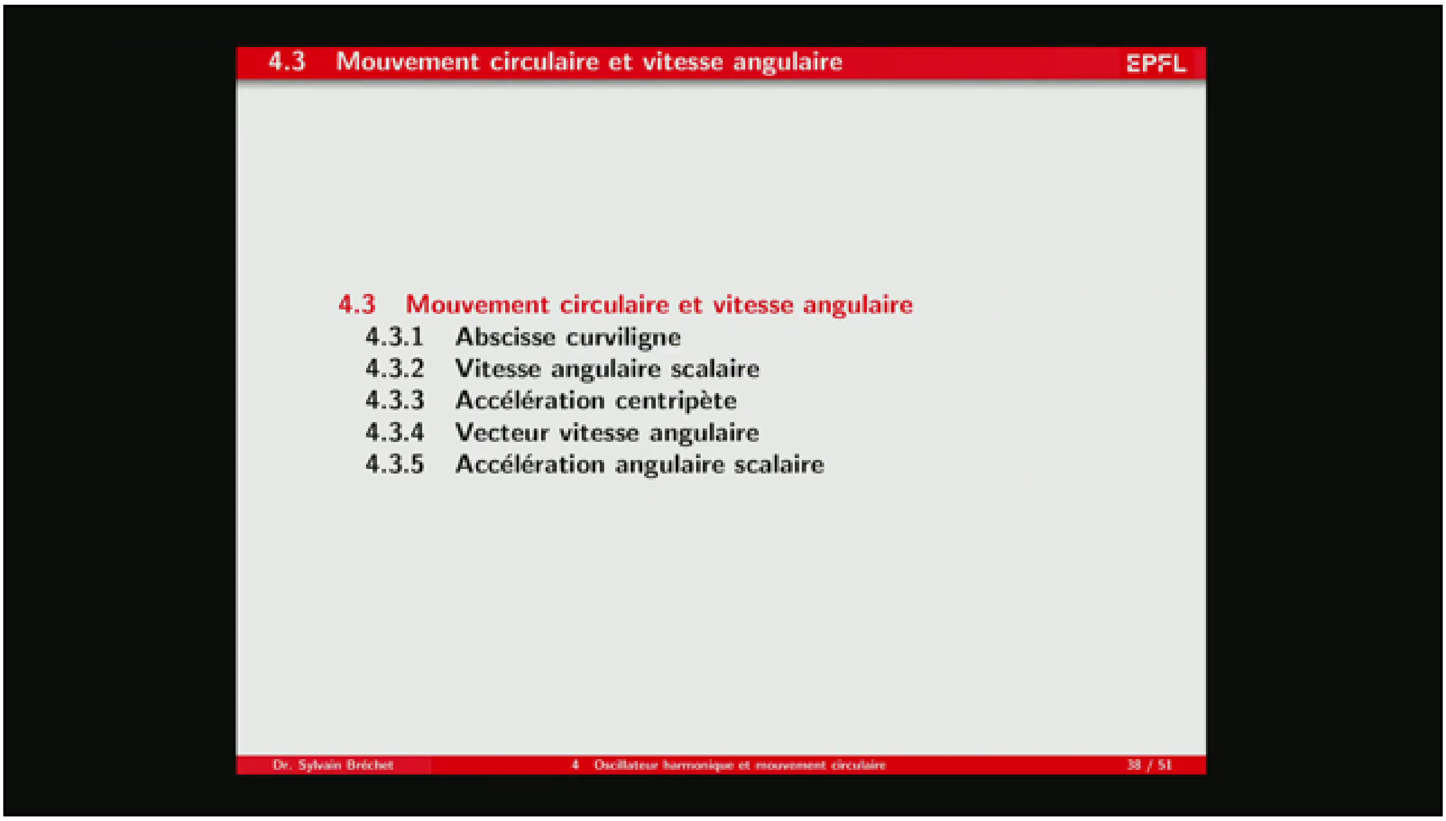


plus tau 2, plus tau 2, plus tau 2, plus tau 2, plus tau 2. Regardez la solution. Que se passe-t-il? quand tau 1 est égal à tau 2? C'est-à-dire, quand il y a une solution unique. Il diverge. Parce que, nous sommes dans la région forte des morts ou il n'y a pas de solution unique. Donc, c'est dans la région critique des morts qu'il y a une solution unique.

notes

résumé

106m 41s

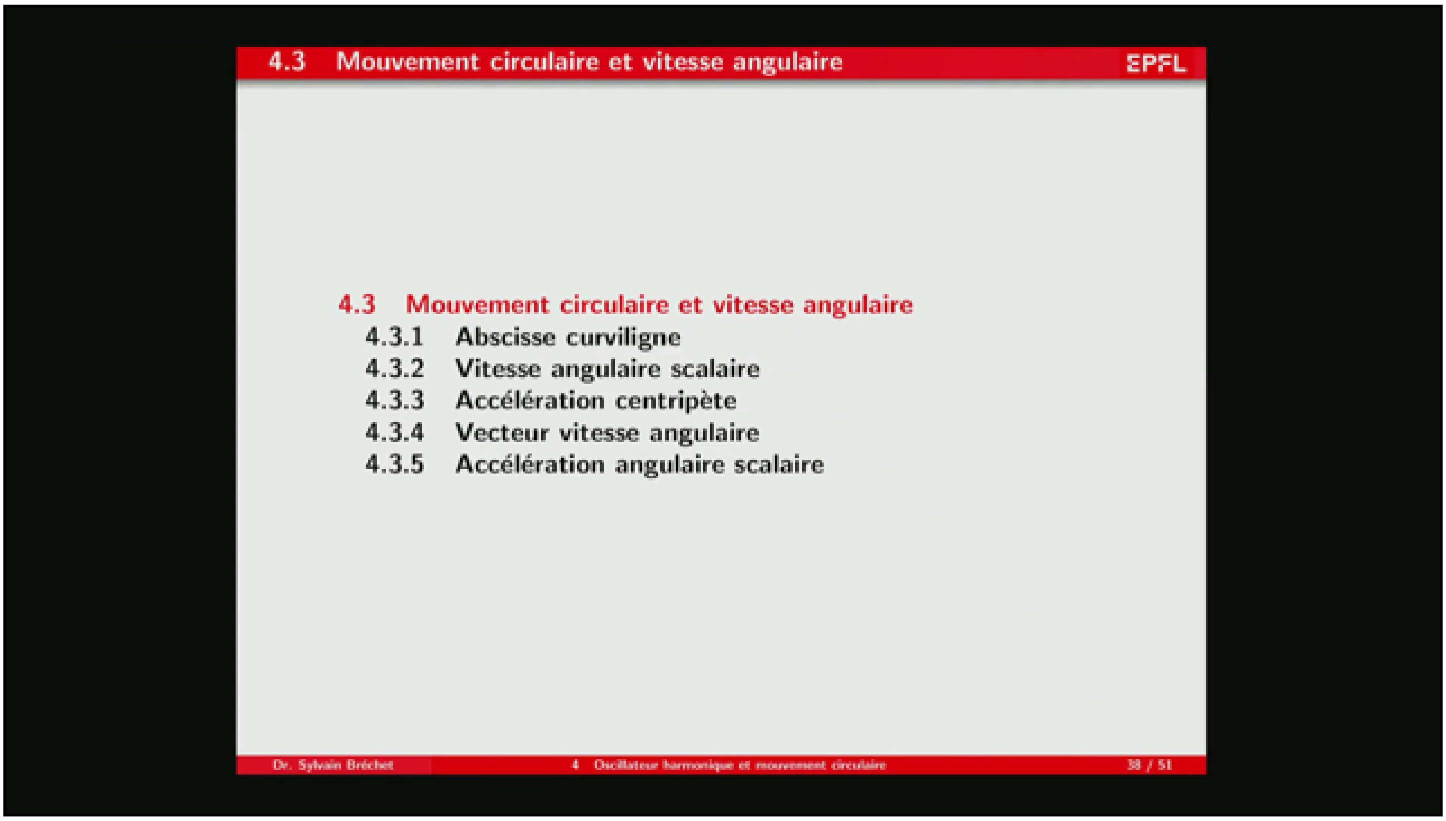


Et si nous allons maintenant aux morts critiques, nous pouvons aussi Mettez les mêmes conditions initiales. Nous avons notre équation d'erreur générale. Nous avions déjà déterminé l'équation de la vitesse, qui est B moins 0 qui multiplie A plus BT, Mais au moins l'exponentielle de moins 0 fois T. Okay? Examinons maintenant les conditions initiales. Commençons par celui sur la position. Okay? Quand T est 0, C'est 0 à A. C'est le 1. So, x2 est 0, cx est 0. Donc, A est cx est 0. D'autre part, lorsque le temps est 0, la vitesse est nulle, L'exponentielle est 1. Okay? C'est 0. Donc, nous avons B moins oméga A qui est égal à 0. Ce qui signifie que B est égal à oméga 0 fois A, ou A fois oméga 0. Voilà. A est X0. Donc, c'est x0 fois oméga 0. Donc, l'ordre particulier Je vais vous donner un mot tout de suite, est x2T, qui est la forme suivante. x0 qui multiplie 1 plus oméga 0 fois T fois l'exponentielle de moins oméga 0T. Oui? Parfois, nous avons 4.75 qui est B moins oméga 0. Donc, c'est un produit de B moins oméga 0. Alors, A, oui ou non? Parce qu'il y a deux choses à faire Lorsque vous obtenez cette équation par rapport au temps. D'une part, vous allez dériver l'exponentielle. L'exponentielle est un facteur. Vous vous retrouvez avec un moins oméga 0 et vous avez un facteur ici qui est ici. Okay? D'un autre côté, vous allez également dériver par rapport au temps, qui fait le B qui est ici. Ce sont ces deux termes. Okay? Donc, si nous regardons cela Solution de commande particulière qui est ici, parce que T fois 0, celui-ci, 0 fois 0, d'accord? Les temps exponentiels 1, Nous trouvons bien x0. Okay? Avant de continuer, Je voudrais vous montrer Un dernier oscillatoire Mouvement Amortissement ou non-amour. Nous allons commencer par une

notes

résumé

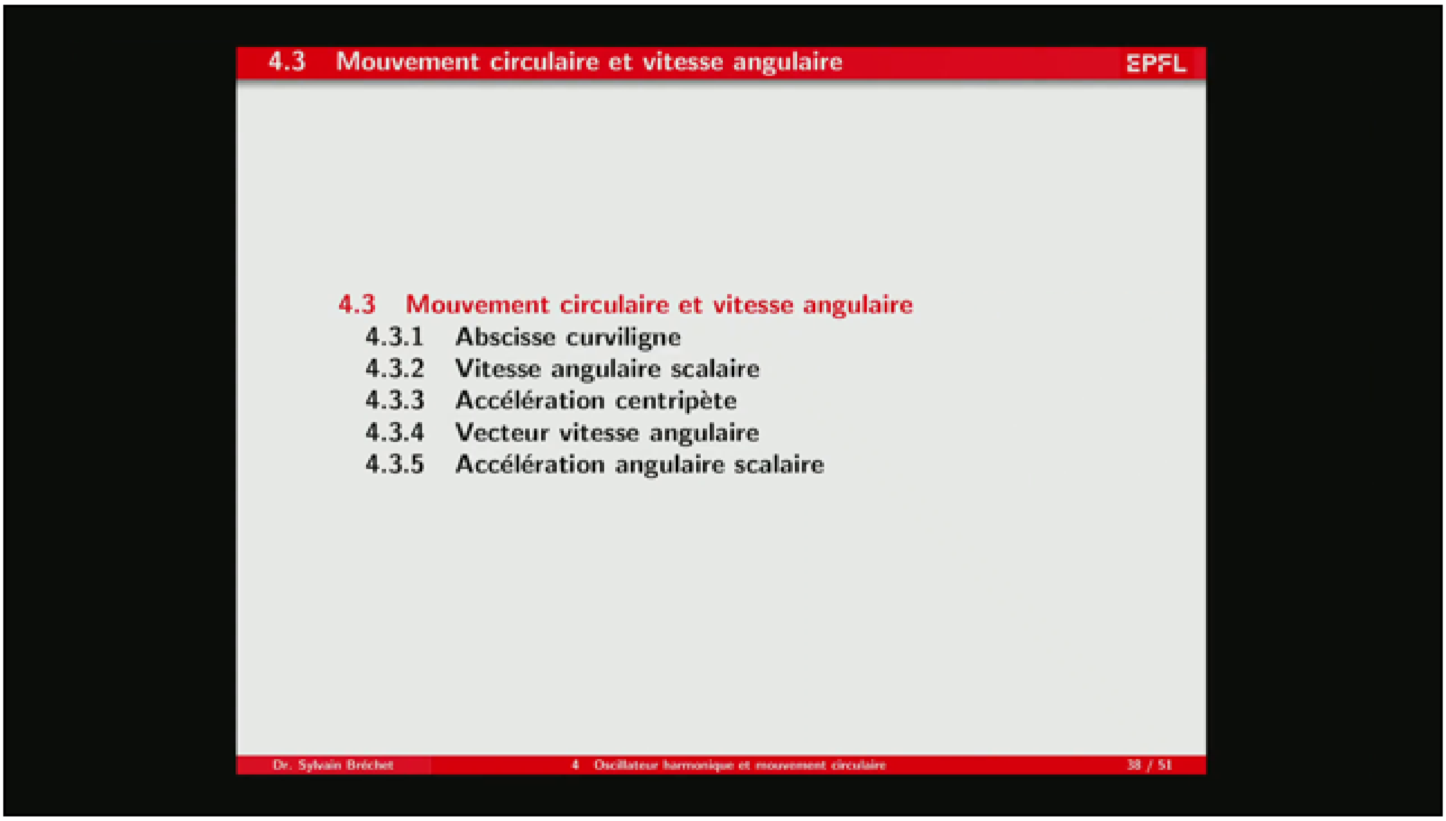
107m 11s



histoire. Si vous vous réveillez le matin, Tu te réveilles le matin, Tu es à moitié endormie, Tu as faim, vous allez directement à la cuisine, vous chauffez l'eau, vous mettez un œuf dans de l'eau bouillante, vous le cuisinez, puis vous le placez sur un papier de verre, Puis il y a un œuf cru à côté que vous placez sur le papier de verre, et vous mettez le téléphone. Vous allez vite sur les réseaux sociaux, vous répondez à une série d'e-mails à nouveau, puis vous allez aux toilettes, vous prenez une douche, vous sortez votre douche, Vous arrivez à la cuisine. Pendant ce temps, L'œuf que tu as cuisiné a refroidi. L'autre est à température ambiante. Vous les touchez, tu n'as aucun moyen de savoir puisqu'ils sont tous les deux thermalisés, lequel est cru, lequel est cuit. Il y a une solution simple savoir lequel est cru, lequel est cuit. Prenez les deux œufs, Tu les laisses tomber. Le problème est que l'œuf cru, vous ne pourrez pas l'utiliser plus tard, et ensuite vous aurez à cuisiner la cuisine, Ce qui vous prendra un certain temps. Vous méritez une autre solution, une autre approche de ce problème. Comme vous avez évidemment toute la Pyramides dans votre cuisine, vous allez suspendre les oeufs avec des ressources pyros, Comme c'est le cas avec l'expérience que vous voyez ici. Et voilà. Vous les placez dans la même méthode de préparation. Tu les tournes comme ça. Alors, attends. Donc, j'ai un tour, Puis un second tour. Maintenant, un tour, et un second tour. Je les ai placés dans la même méthode de préparation, Je vais les laisser partir. Il y en a un qui est cru, Il y en a un qui est cuit. Alors, qui pense que celui-ci est aussi cuit? Okay? Qui pense que l'autre est cuit? Alors, qui pense que la gauche est cuite? Tu es cuit parce

notes

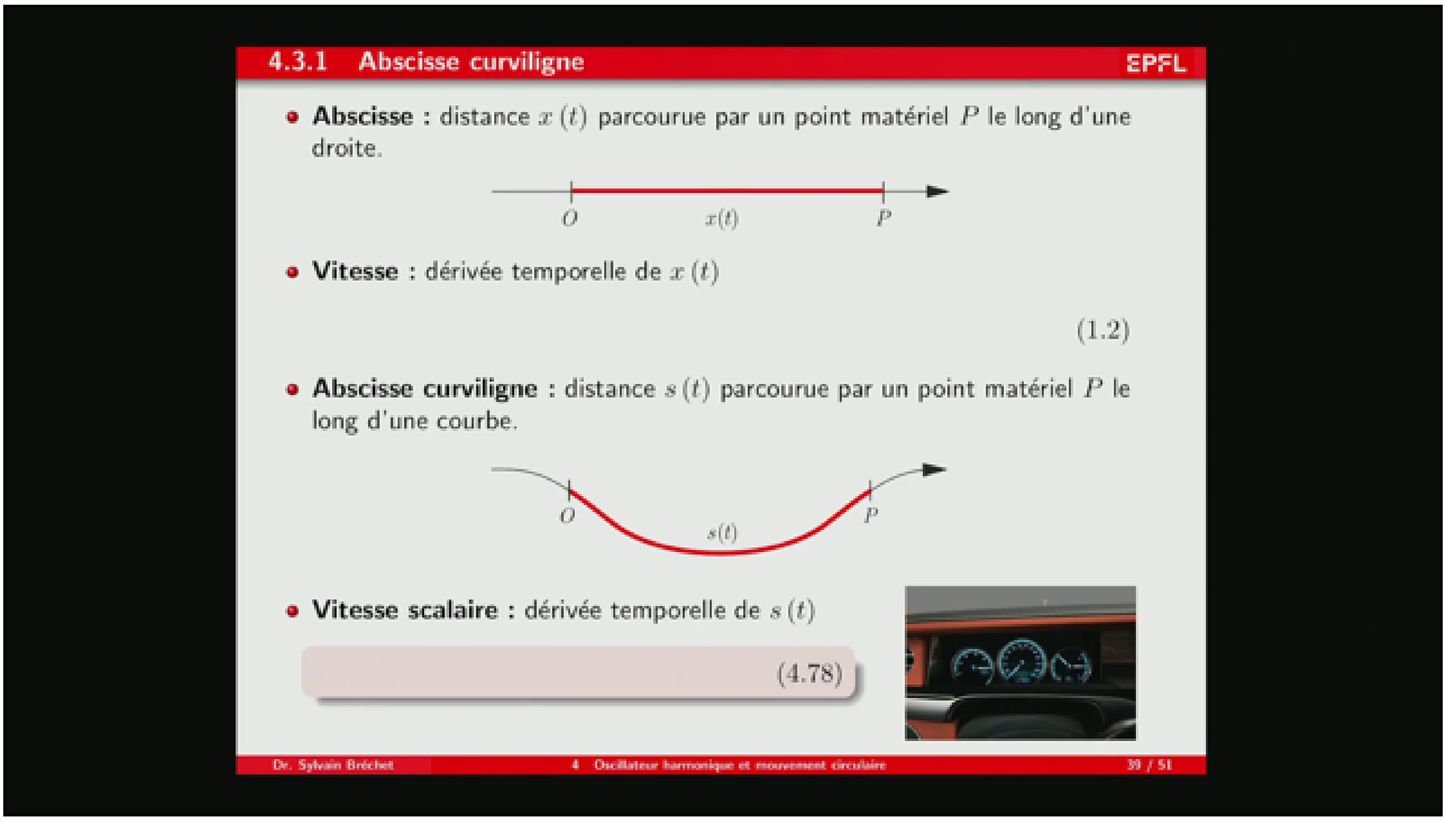
résumé



que c'est cru, d'accord? Pourquoi? Quelle est la différence entre les deux? Si vous avez un œuf que vous cuisinez, le blanc d'oeuf va refroidir, vous avez un œuf solide, indéformable, et ainsi l'oeuf entier tourne, le blanc d'oeuf et le jaune d'oeuf tourner à la même vitesse angulaire, Okay? Il n'y a pas de friction interne. Cependant, si vous avez un œuf cru, à l'intérieur vous avez un fluide visqueux C'est quoi le blanc d'oeuf, d'accord? Et vous aurez un mouvement du blanc d'oeuf À l'intérieur de l'œuf, d'accord? Ce qui va générer des frictions. Et ainsi vous aurez une immortalisation visqueuse en torsion qui va ralentir l'œuf cru tandis que l'œuf cuit souffrira également de friction parce que le blanc d'oeuf s'arrête, mais la friction est essentiellement au niveau du printemps, d'accord? L’œuf lui-même tourne très bien. Alors que pour le blanc d'oeuf cru, Ce n'est pas le cas, ça s'arrête très vite, d'accord? Et voilà.

notes

résumé

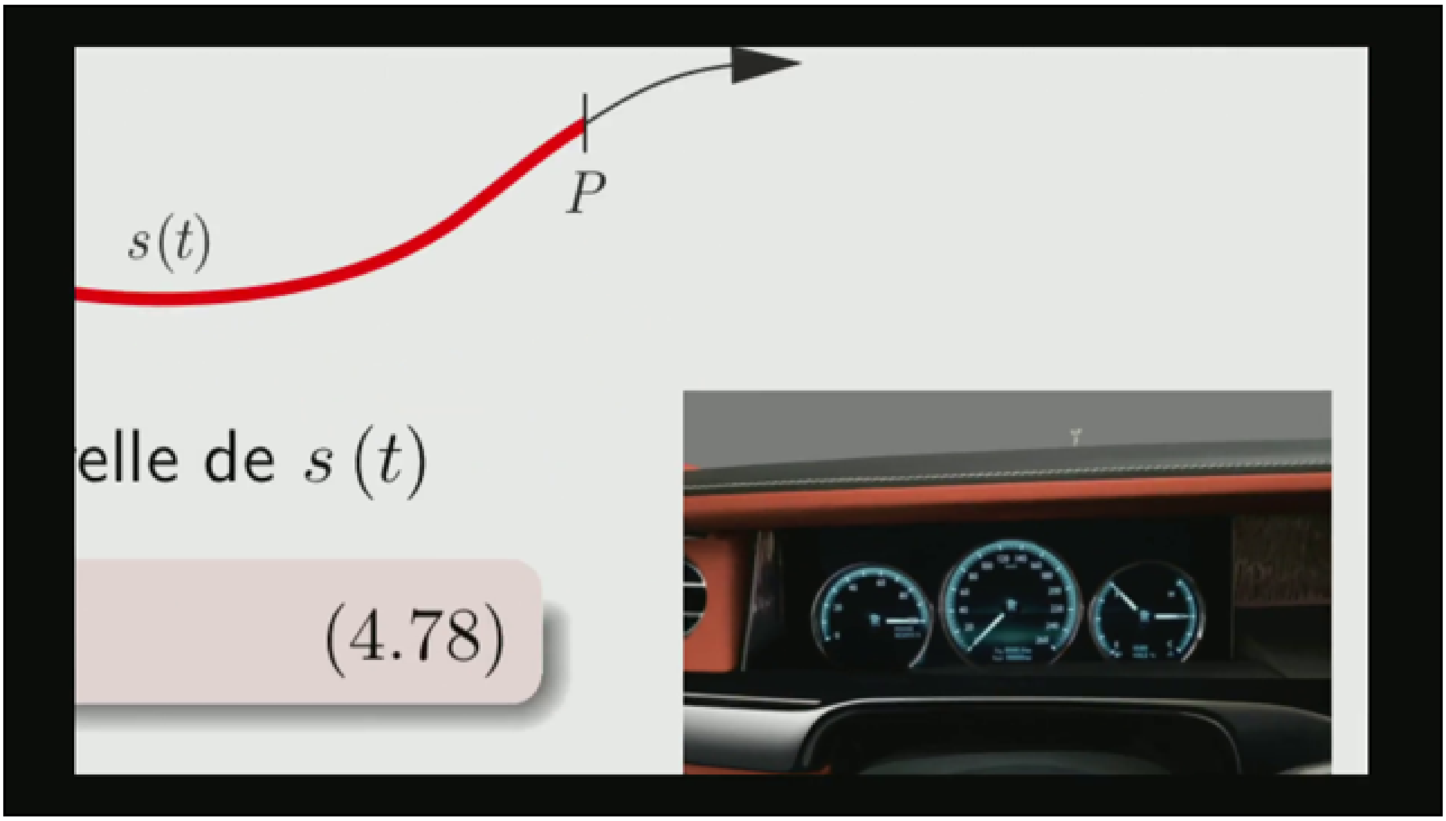


Passons maintenant à la dernière partie de cette leçon. et discuter du mouvement circulaire La vitesse angulaire, d'accord?

notes

résumé

112m 34s

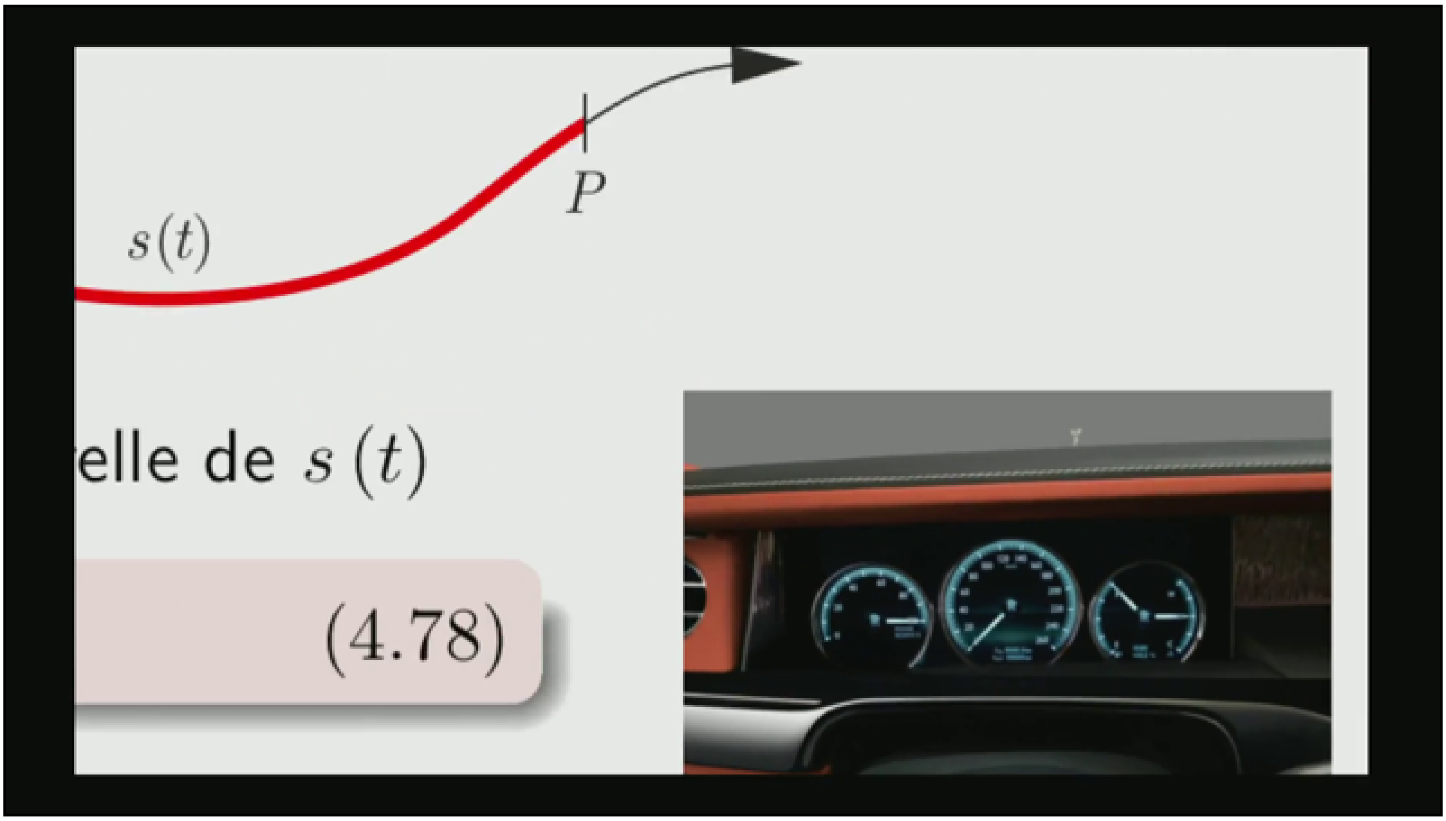


Nous avons vu au début de cette leçon, Ce sera clair pour tout le monde Si vous voulez décrire le mouvement le long d'une ligne droite, Prenons l'axe des abcès qui est ici, d'accord? Le mouvement d'une... Ah, oui, il y a un petit problème avec la frise. Et voilà. Alors, peut-être que je ne voulais pas friser ça afin que vous puissiez voir l'œuf. Et voilà. Très bien. So, pour déterminer la coordonnée des abcès Sur cet axe, d'accord? Vous devez voir dans quel sens l'axe est défini, Commence par le commencement, Et mesure la distance que tu fais avec une règle, d'accord? Supposons maintenant que nous voulons généraliser ce concept, au lieu de se déplacer le long d'un axe droit, On prend un axe comme celui-ci, d'accord? Nous avons complètement déformé notre axe. Nous avons continuellement déformé notre axe. est topologiquement équivalent, Et pourtant, c'est différent, d'accord? Alors, comment allons-nous mesurer une distance? Au lieu de prendre une règle, nous allons prendre un mètre d'allocation de couture, Nous allons commencer par l'origine, nous allons suivre le contour, et nous allons mesurer la distance qui sépare le point matériel de l'origine, d'accord? Il ne sera plus un axe droit, Ce sera un axe curviligne, d'accord? Mais c'est la même idée. Nous l'appelons S2T. Donc, dans le cas de droite, pour trouver la coordonnée de vitesse, ce que nous faisons est de prendre la dérivée de la coordonnée des abcès, Alors, attends. Hop, V2T est X.2T. Nous allons donc définir la vitesse le long d'une trajectoire courbe, par example, la vitesse d'une voiture qui se déplace le long d'une route a monte une montagne, d'accord? En prenant la dérivée temporelle de l'axe curviline, d'accord? Et c'est ce qui fait le compteur de vitesse d'une voiture. Quelle que soit l'orientation, Il regarde la distance parcourue sur le terrain, d'accord? Et localement, à chaque instant, vous avez la vitesse qui apparaît. Ici,

notes

résumé

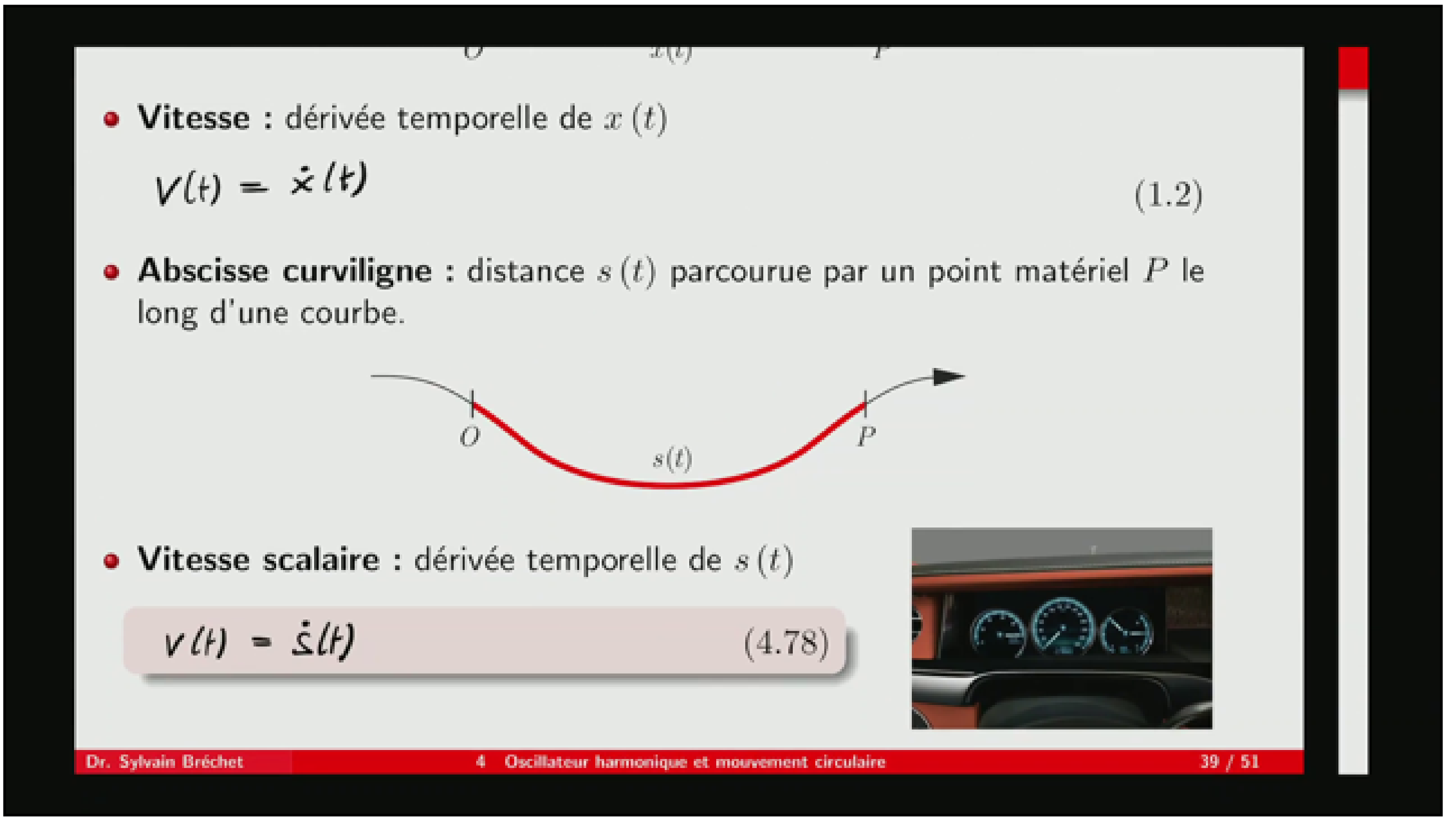
112m 50s



vous avez une image du compteur de vitesse Ma propre voiture, d'accord? Donc, je présente à ceux qui sont observateurs, Vous vous rendrez compte que ce n'est pas le compteur de ma voiture. Pour une raison très simple. Je vais vous le révéler.

notes

résumé

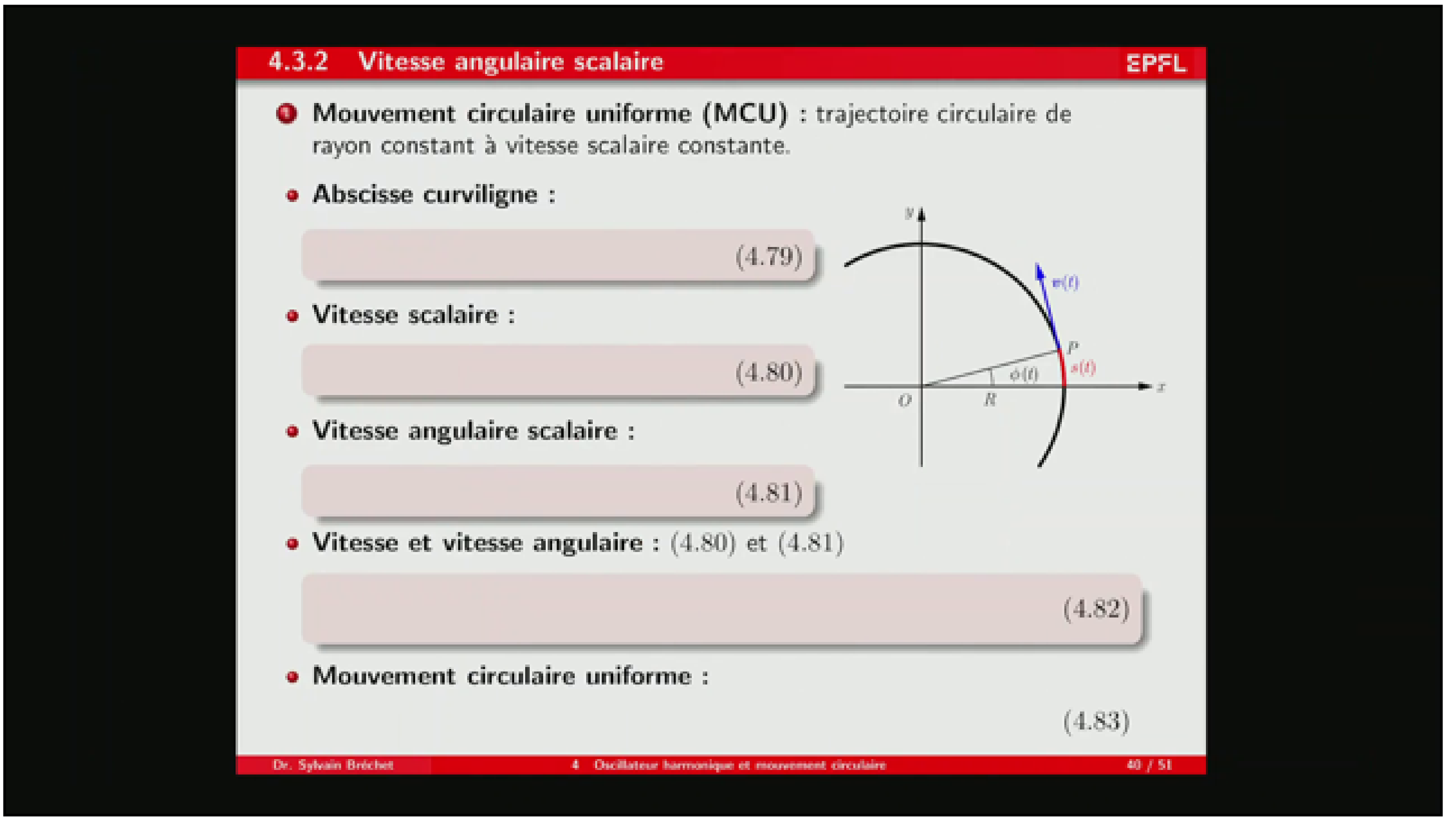


Regarde ce qu'il y a. C'est l'esprit d'extase qui est caractéristique d'une célèbre marque de voitures anglaises Rolls-Royce, Okay? Et donc, clairement, mon salaire à l'EFFN Je ne peux pas acheter ce genre de voiture.

notes

résumé

115m 12s

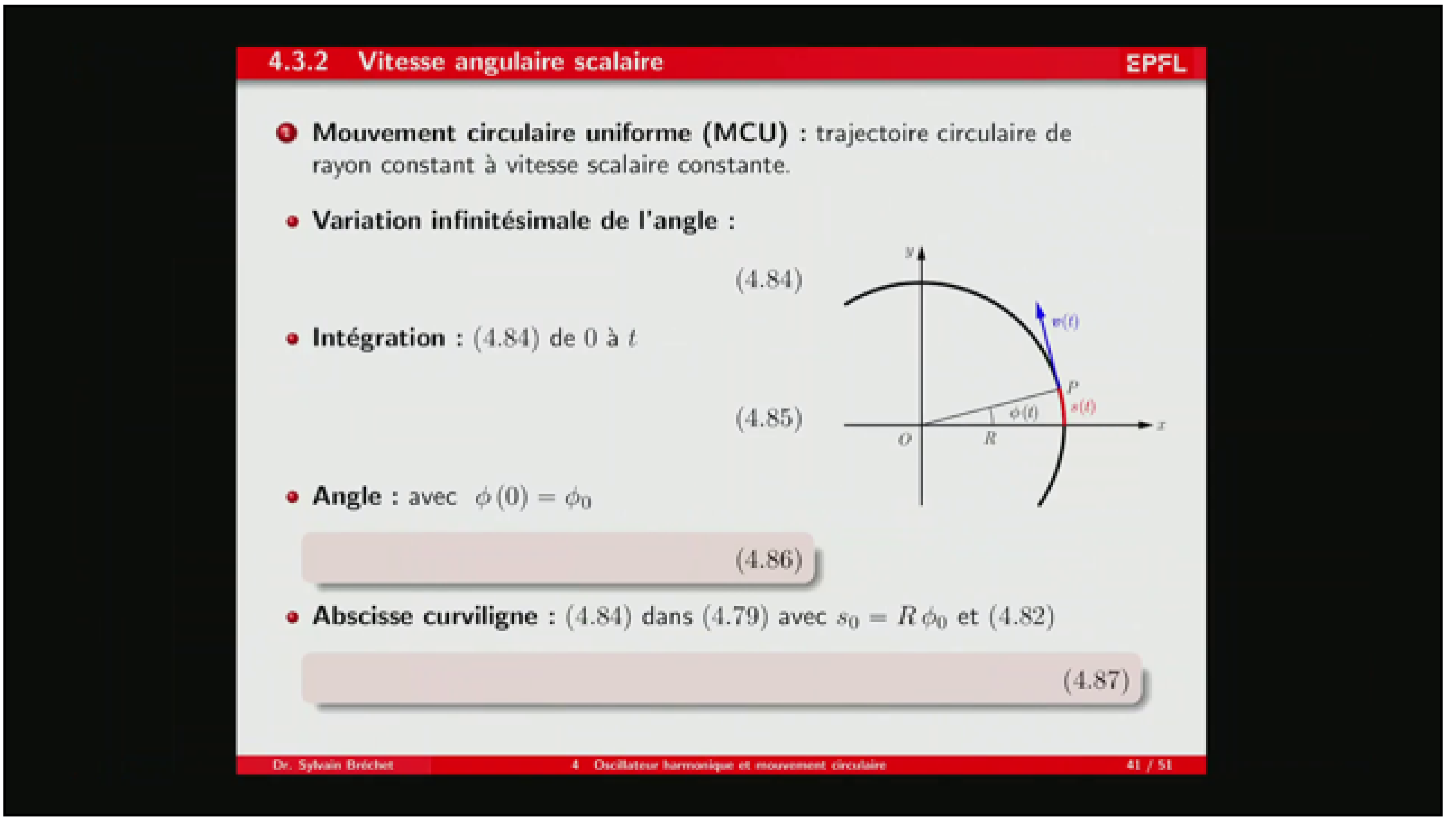


Mais vous avez compris, c'est sur un comptoir de voiture que vous allez, ou tout autre compteur, lorsque vous avez un mouvement qui suit une trajectoire courbe, que vous serez en mesure de déterminer la vitesse scalaire en termes de distance parcourue. Okay?

notes

résumé

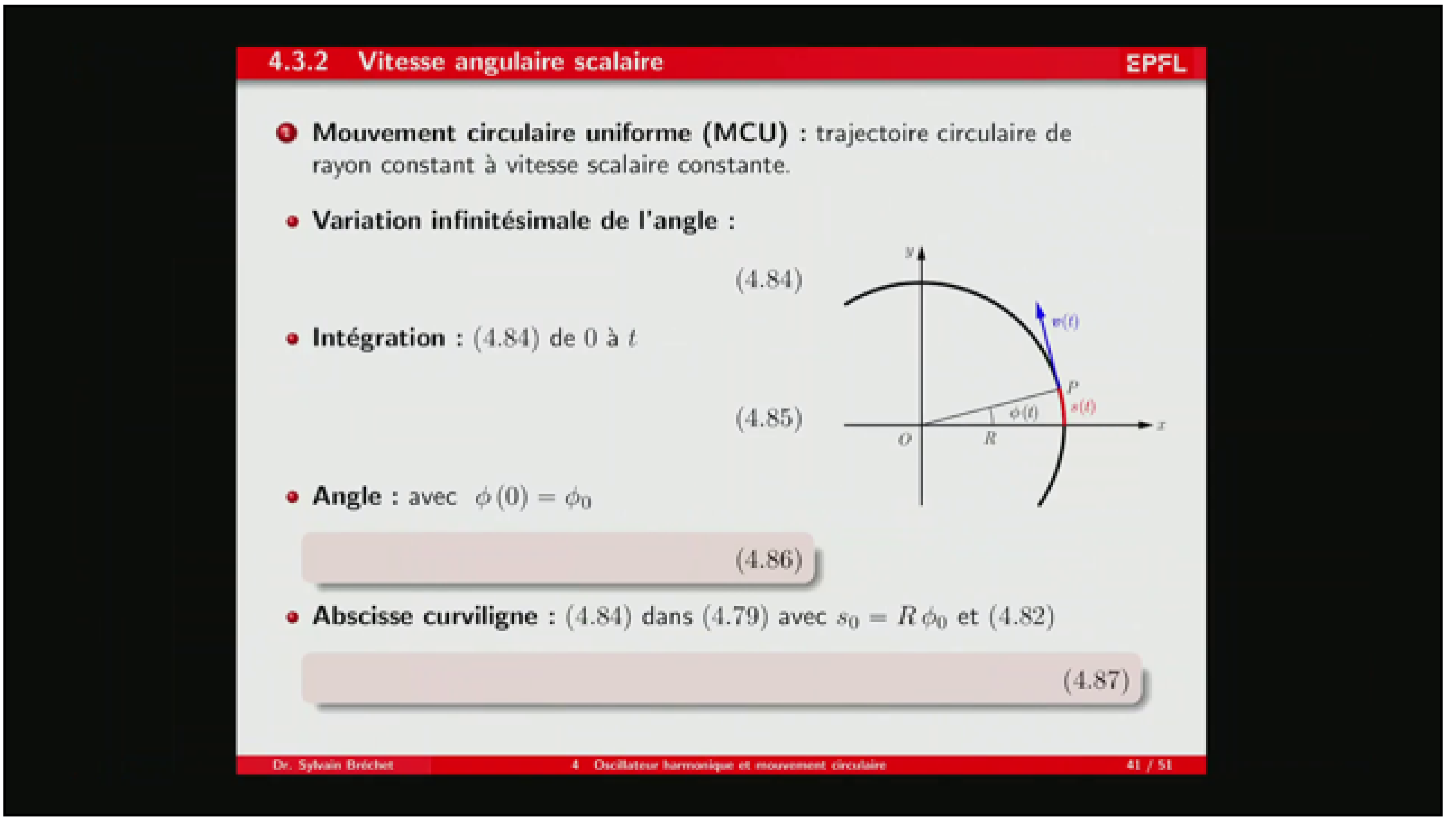
115m 28s



notes

résumé

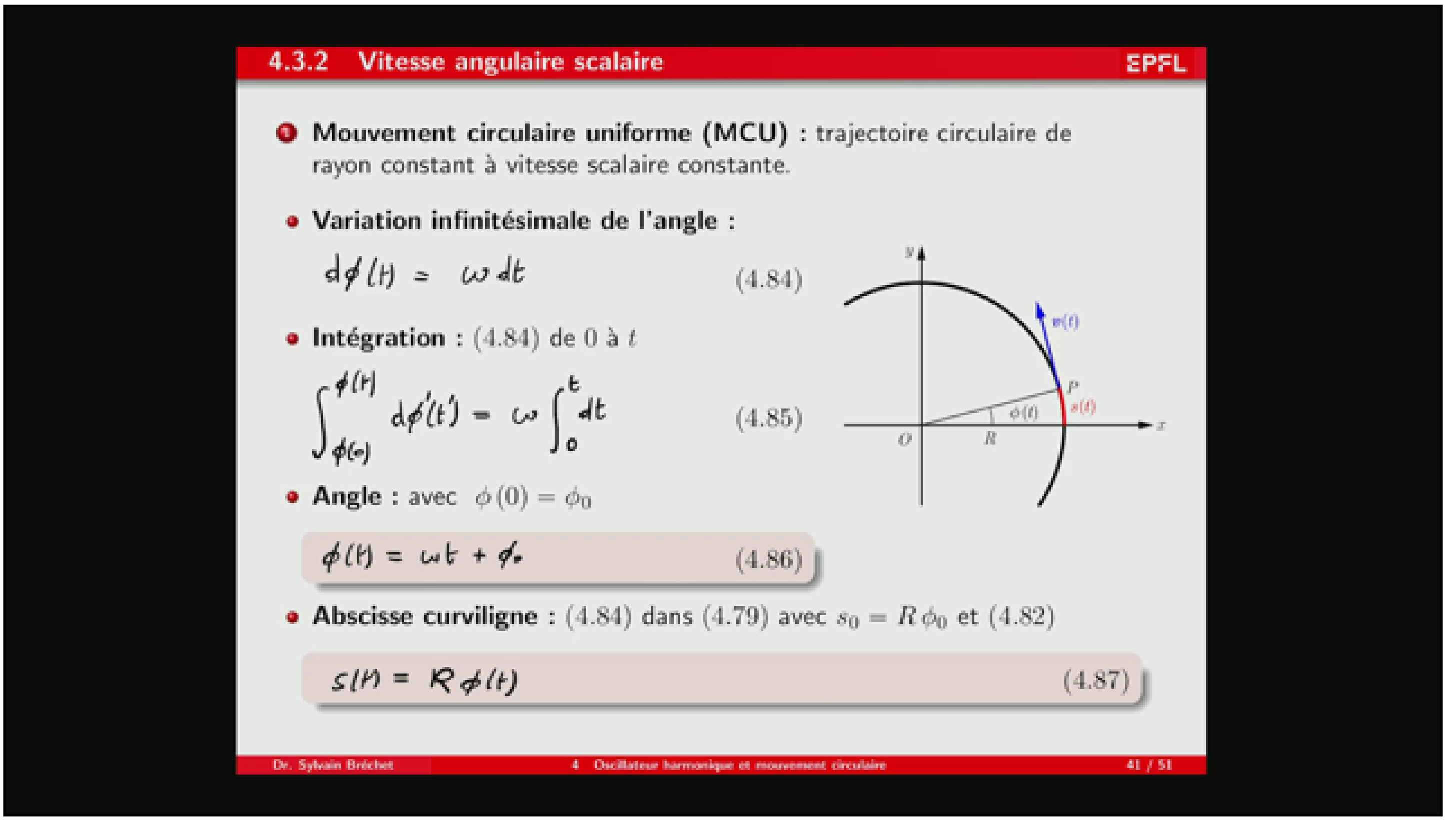
115m 47s



MCU. Okay? Donc, ce que nous aimerions faire maintenant, vous l'avez deviné, nous aimerions trouver l'équation d'ordre pour l'axe curviligne le long de la trajectoire pour cet uniforme de mouvement circulaire. Alors, comment allons-nous le faire?

notes

résumé

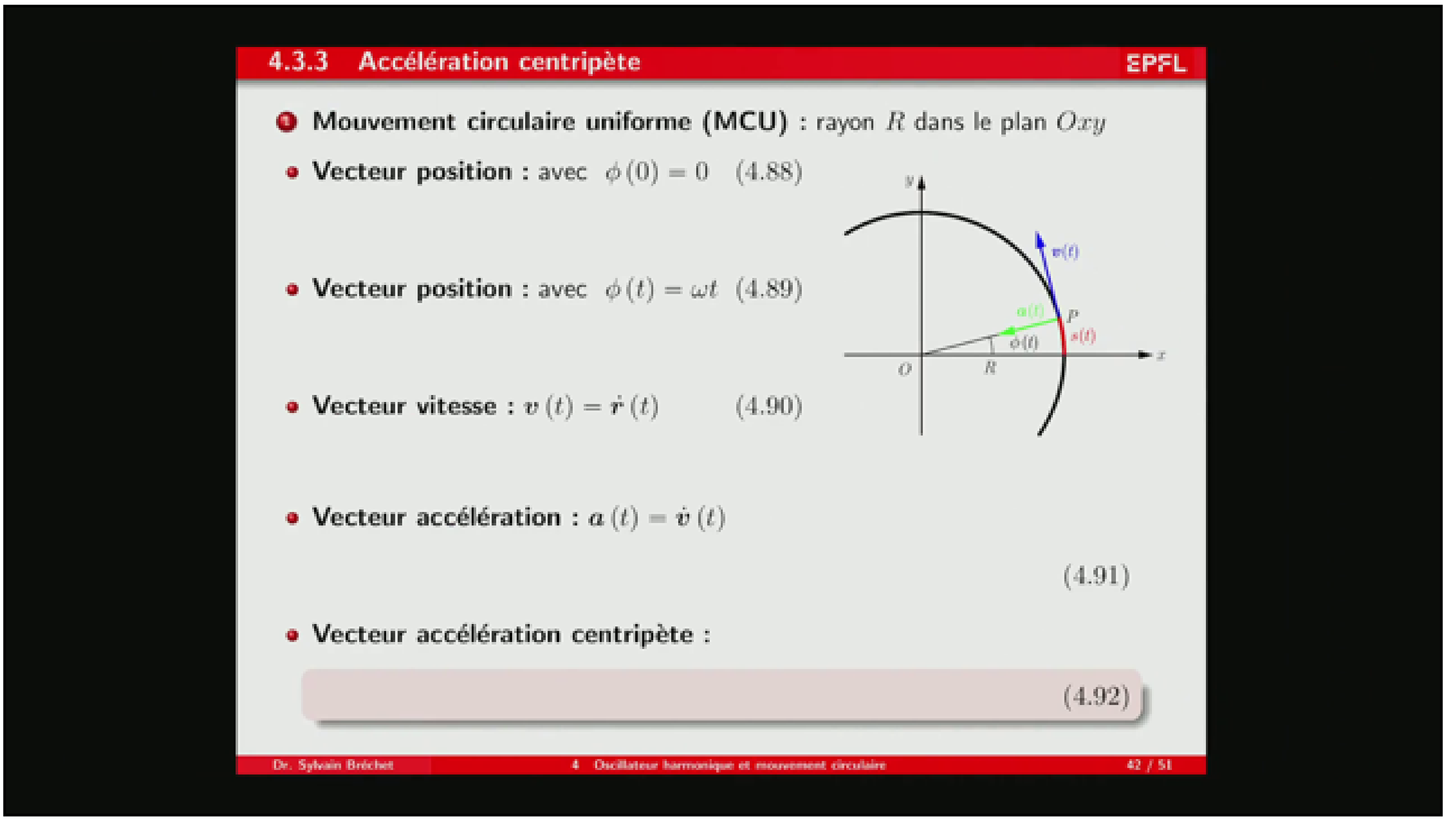


Il faut commencer par la vitesse angulaire. Omega est Phi. Phi est le point, qui est le défi de l'été. Donc, la variation infinitésimale de l'angle de l'angle, Le défi, Pendant le temps, est le produit de la vitesse angulaire, Omega, fois l'intervalle de temps de l'été. Okay? Donc, nous prenons maintenant le défi, qui est la fonction de temps, Okay? Nous l'écrirons en tant qu'Omega Avec un été et nous intégrerons toutes les variations infinitésimales de l'angle le long de la trajectoire de l'instant initial, 0, à T. Donc, à droite, l'intervalle de temps sera intégré avec 0 à T. A gauche, ce que nous allons intégrer, est une fonction du temps, C'est l'angle Phi. Donc, à l'instant initial, nous aurons Phi de 0, En T, nous aurons Phi de T. C'est la raison pour laquelle nous devons mettre Les valeurs pour faire la distinction entre l'intégrant et le conseil d'administration. Donc, sur la gauche, nous avons Phi de T et moins Phi de 0. A droite, nous avons l'Omega T. Et donc, Phi de T, C'est l'Omega T plus Phi de 0. C'est-à-dire que l'angle va augmenter régulièrement, il augmentera linéairement dans le temps. Quel est le courant de l'axe curviligne? Axe de la curviline, est le produit du rayon multiplié par l'angle. Donc, nous prenons notre angle,

notes

résumé

118m 28s

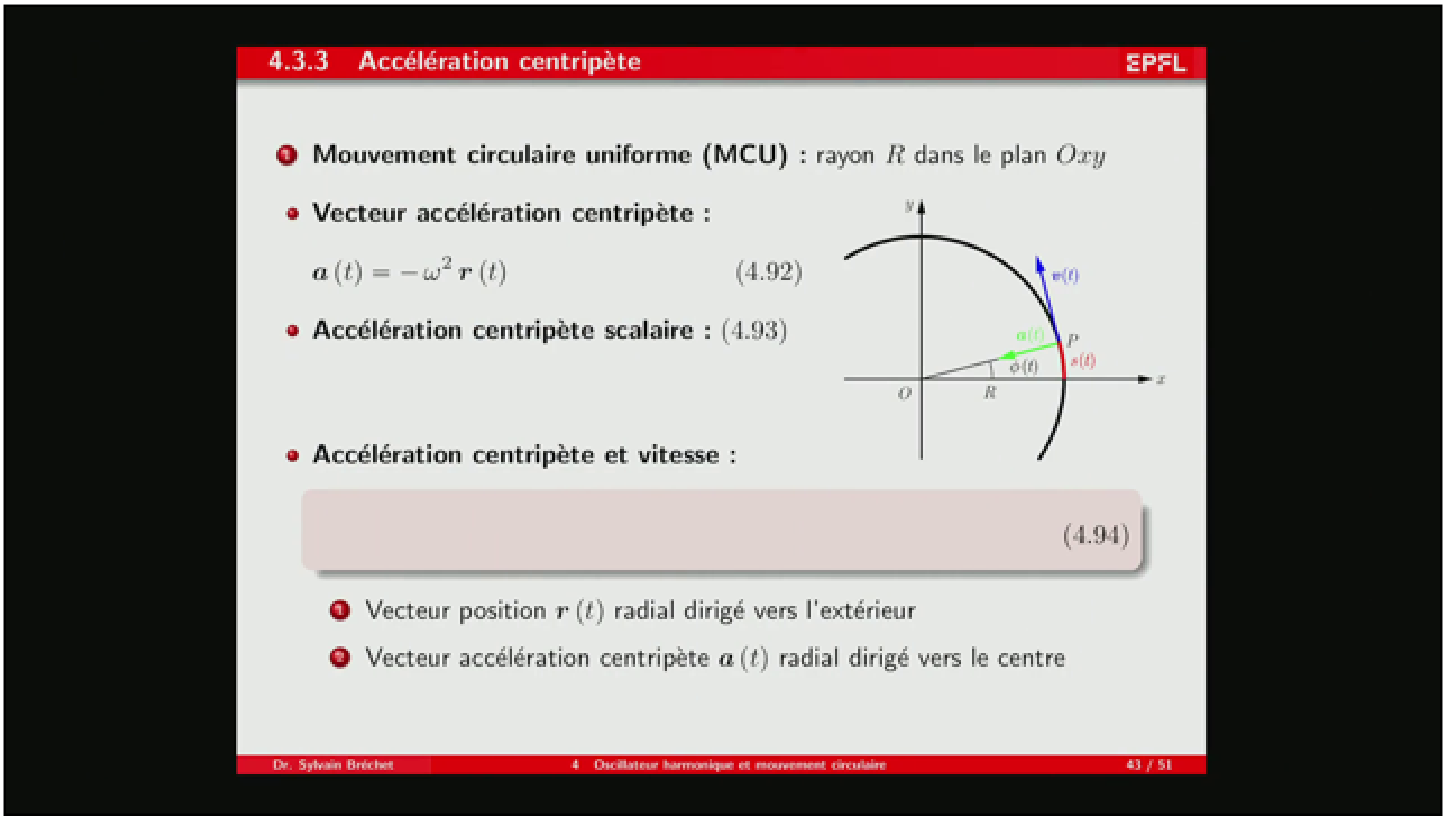


nous multiplions par le rayon, nous aurons R Omega T plus R Phi de 0. Oui, mais le produit du rayon La vitesse angulaire, qu'est-ce que c'est? C'est précisément la vitesse scalaire, Nous avons donc VT. Okay? Et puis, le produit du rayon fois l'angle, est l'axe curviligne. Donc, le produit du rayon multiplié par l'initiale est l'axe curviligne initial, S0. Regardez cette formule. Maintenant, pensez au mouvement uniforme rectilin. Pour un mouvement rectiligne uniforme, la coordonnée X varie linéairement dans le temps, c'est le temps de la vitesse le temps plus la coordonnée initiale X0. En d'autres termes, vous remplacez X Par S, vous avez la même équation. Pourquoi? Parce que vous avez continuellement déformé le droit de faire un cercle, mais le mouvement est uniforme dans les deux cas. Tu vois, c'est simple. Il suffit de garder l'un, l'autre vous sont offerts. Okay? Vous ne divisez pas le rayon et vous l'avez. Tiens.

notes

résumé

119m 49s

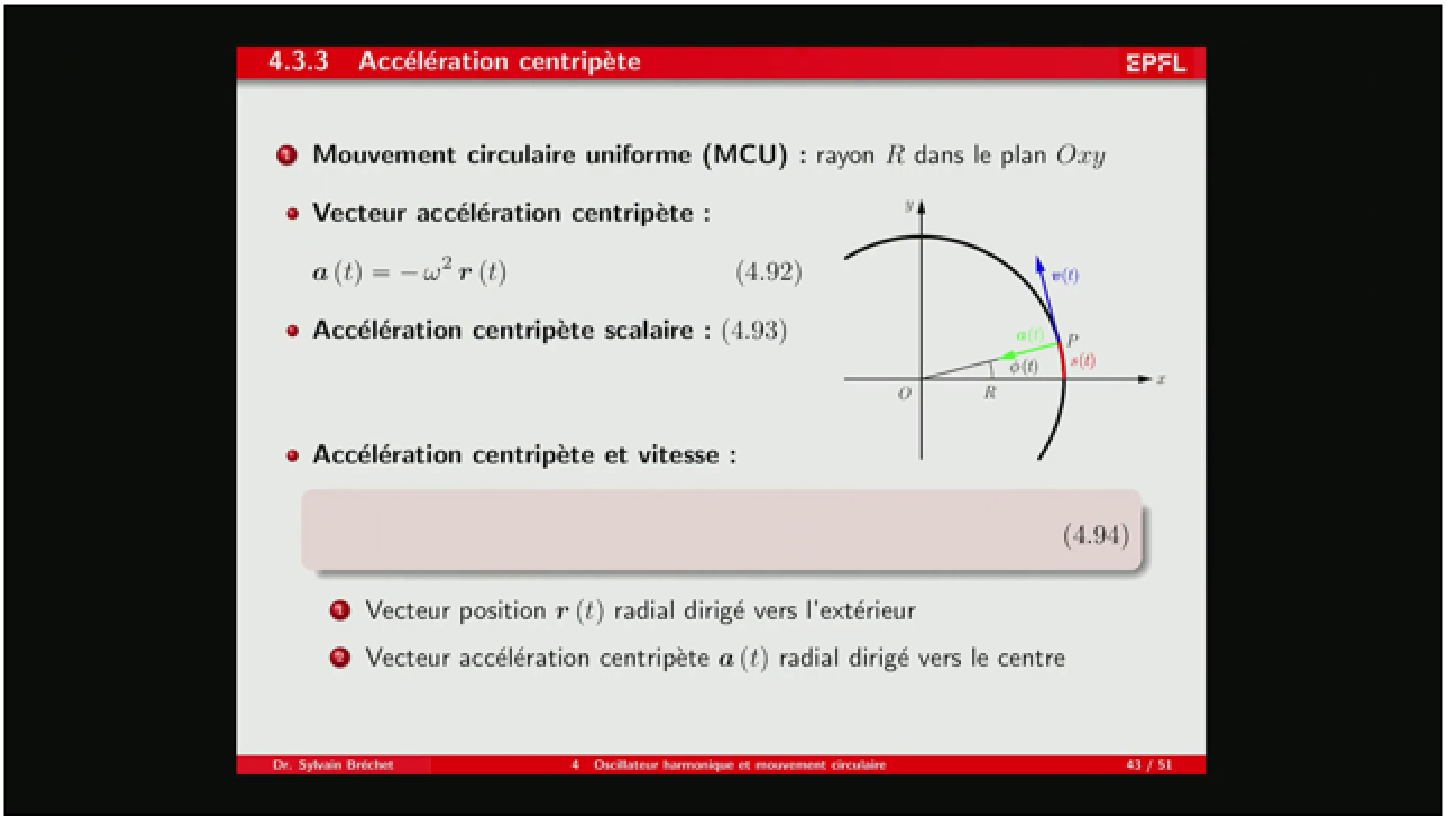


Si vous avez un mouvement circulaire uniforme, La vitesse du vecteur qui est tangente à la trajectoire changera orientation dans le temps. Okay? S'il change d'orientation dans le temps, Cela signifie que sa dérivée temporelle n'est pas nulle. Donc, il y a un vecteur d'accélération qui réaliseront ce changement en orientation. Cela commence par un vecteur d'accélération. S'il y avait une composante le long de la trajectoire, cela signifierait que la norme de vitesse change. C'est un mouvement circulaire uniforme. La norme de vitesse est la même partout. Donc, le vecteur d'accélération Elle doit être orthogonale à la trajectoire. Il doit être radial. Et nous allons le montrer maintenant. Okay? Nous prendrons notre mouvement circulaire et écrire le vecteur de position, r de t. Tant mieux. Tout d'abord, nous allons le faire d'une manière complètement géométrique. Si notre point matériel est ici, nous pouvons l'écrire en cartésien, en projection, dans la langue anglaise. Nous avons un angle phi. Okay? Et nous le projetons selon l'axe x. Nous aurons l'axe cosinus. Si nous avons l'axe y, nous avons l'axe sinus. Donc, nous aurons r cosine de t fois x chapeau plus r sine de t fois y chapeau. Et en même temps, Nous savons maintenant que si nous choisissons phi de 0 égale à 0, alors phi de t est oméga t. C'est ce que nous allons faire. C'est-à-dire qu'à t égale 0, le point matériel est là. Okay? Et donc, dans ce cas, le vecteur de position r, On peut écrire R fois cosinus d'oméga t fois x chapeau plus r fois sine d'oméga t fois y chapeau. Nous avons décomposé notre vecteur de position au cours du temps. Maintenant, nous voulons la vitesse vectorielle. La vitesse vectorielle est la dérivée du temps du vecteur de position. Donc, nous écrivons t. Le dérivé cosinus est sinus Il y a moins de sinus, de la dérivée interne, qui est l'oméga. Donc,

notes

résumé

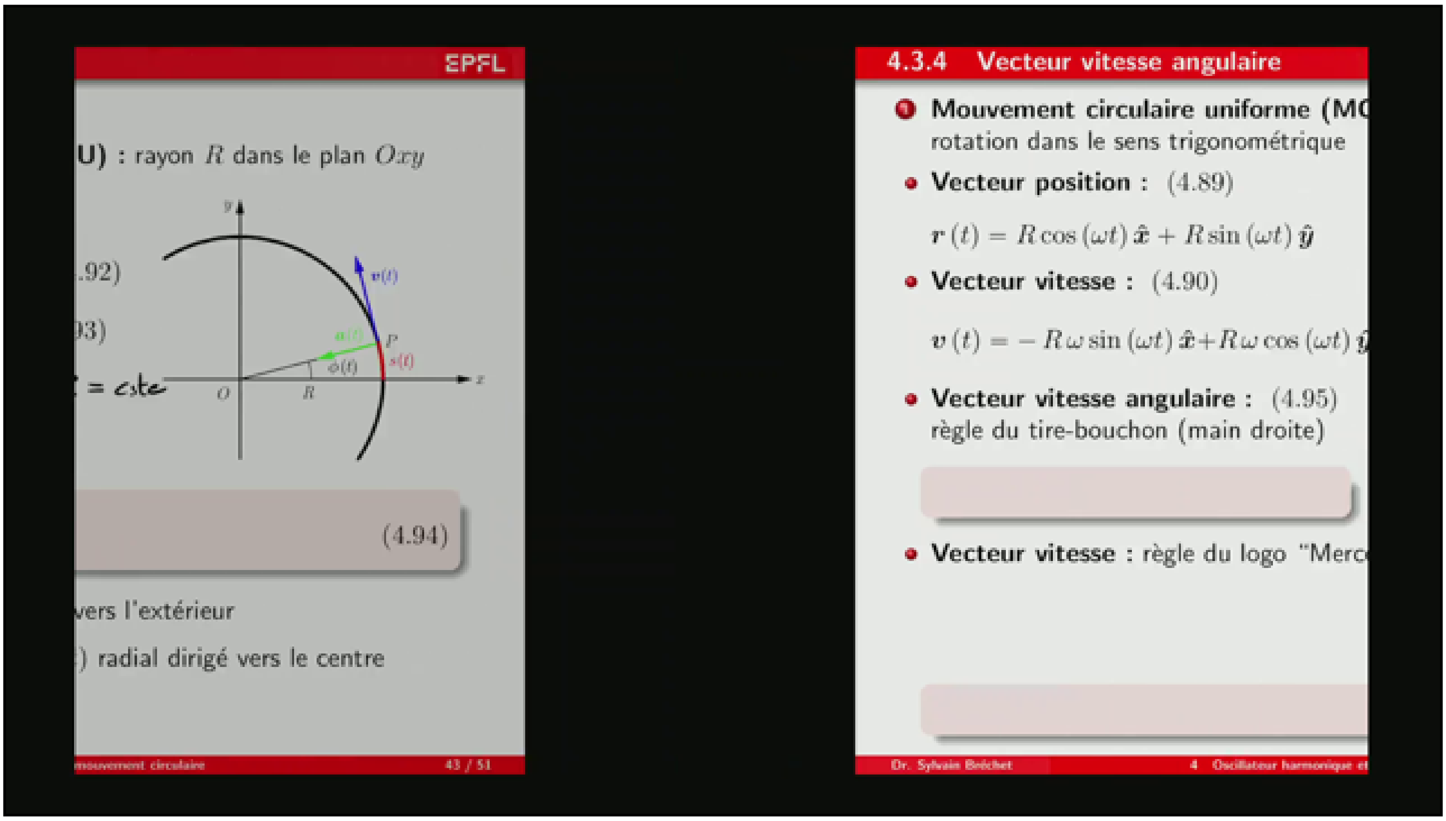
120m 56s



nous nous retrouvons avec un moins r oméga sinus d'oméga t fois x chapeau. Le dérivé du sinus, qui est le cosinus, Le dérivé interne est l'oméga. Donc, nous nous retrouvons avec un moins r oméga fois cosinus d'oméga t fois y chapeau. Maintenant, nous voulons l'accélération. C'est ce qui nous intéresse. Alors, pour trouver l'accélération, qu'allons-nous faire? Nous allons calculer la dérivée temporelle de la vitesse. La vitesse est là. Nous allons dériver, par rapport au sinus, C'est du cosinus. Nous commençons par le sinus, il est cosinus, le dérivé interne est oméga. Nous allons nous retrouver avec un moins r oméga t fois x chapeau. Alors, pour le cosinus, la dérivée est moins sinus, Le dérivé interne est l'oméga. Nous aurons, je peux participer, C'est moins sinusoïdal, nous n'aurons pas moins r oméga temps carrés sinus omega t fois Chapeau. Alors, maintenant, Si vous comparez Le vecteur de position avec le vecteur d'accélération, vous verrez que le vecteur d'accélération est moins oméga carré fois le vecteur de position. So, écrivons ceci. Le vecteur accélération, dans le court laps de temps, est moins oméga carré fois le vecteur de position. Qu'est-ce que ça veut dire? C'est-à-dire que le vecteur d'accélération est radial car le vecteur de position est également radial. Le vecteur de position va du haut sur la trajectoire circulaire. Le vecteur d'accélération est colinéaire, mais il y a un signe moins. L'accélération est radiale mais orienté vers l'intérieur, Orienté vers le centre. C'est ce que nous appelons la accélération centripète. S'il vous plaît, Ne jamais orienter l'accélération de centripet vers l'extérieur. Si vous faites cela à l'examen, les points jiggle En costume. Accélération CENTRIPET est toujours Orienté vers le centre. Ce n'est pas le cas. pour la force centrifuge plus tard, mais pour l'accélération de centripet, C'est le cas. Qu'est-ce que cette accélération Coût? Combien ça coûte?

notes

résumé

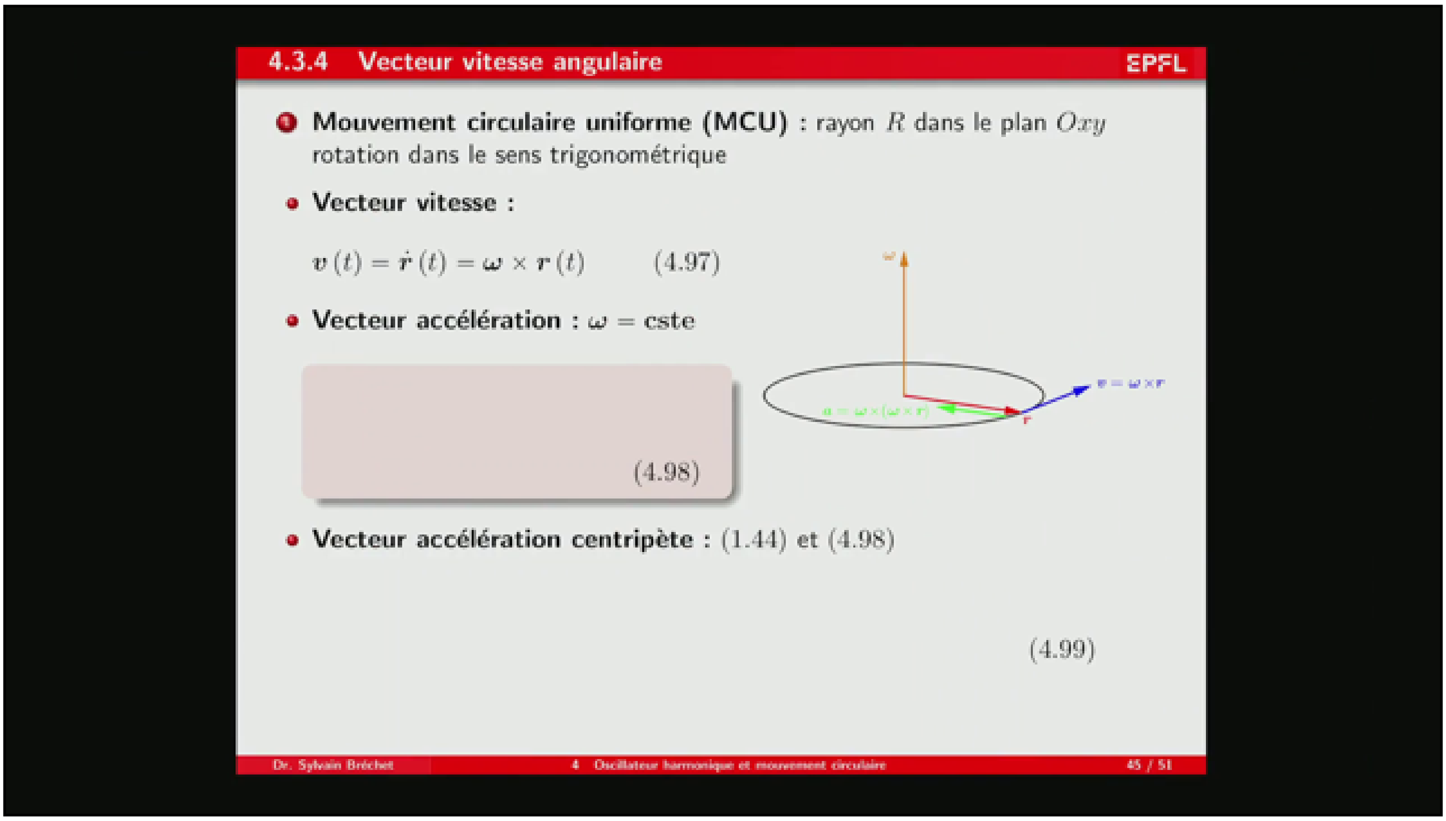


So, a coûte 1 C'est donc la norme du vecteur d'accélération, Dans le court laps de temps, C'est l'équivalent d'oméga carré multiplié par le norme de vecteur de position. La norme de vecteur de position est simple. Le mouvement est rectiligne et uniforme circulaire. Cela se fait sur une circulaire trajectoire, un cercle de r-ray. Donc, le vecteur de position Il y a toujours une norme est égal au rayon du cercle. Donc, c'est l'oméga carré fois r, oméga est constant, r est constant, l'accélération de centripet pour un mouvement circulaire uniforme est constante. C'est r omega square oméga cv carré, C'est aussi r v square carré, ou v carré carré. Vous avez peut-être vu cette expression dans le passé. Donc, vous avez l'accélération de centripet, vous avez son orientation, Vous avez votre norme. Maintenant, nous aimerions décrire Ce mouvement circulaire C'est un mouvement de rotation

notes

résumé

125m 30s

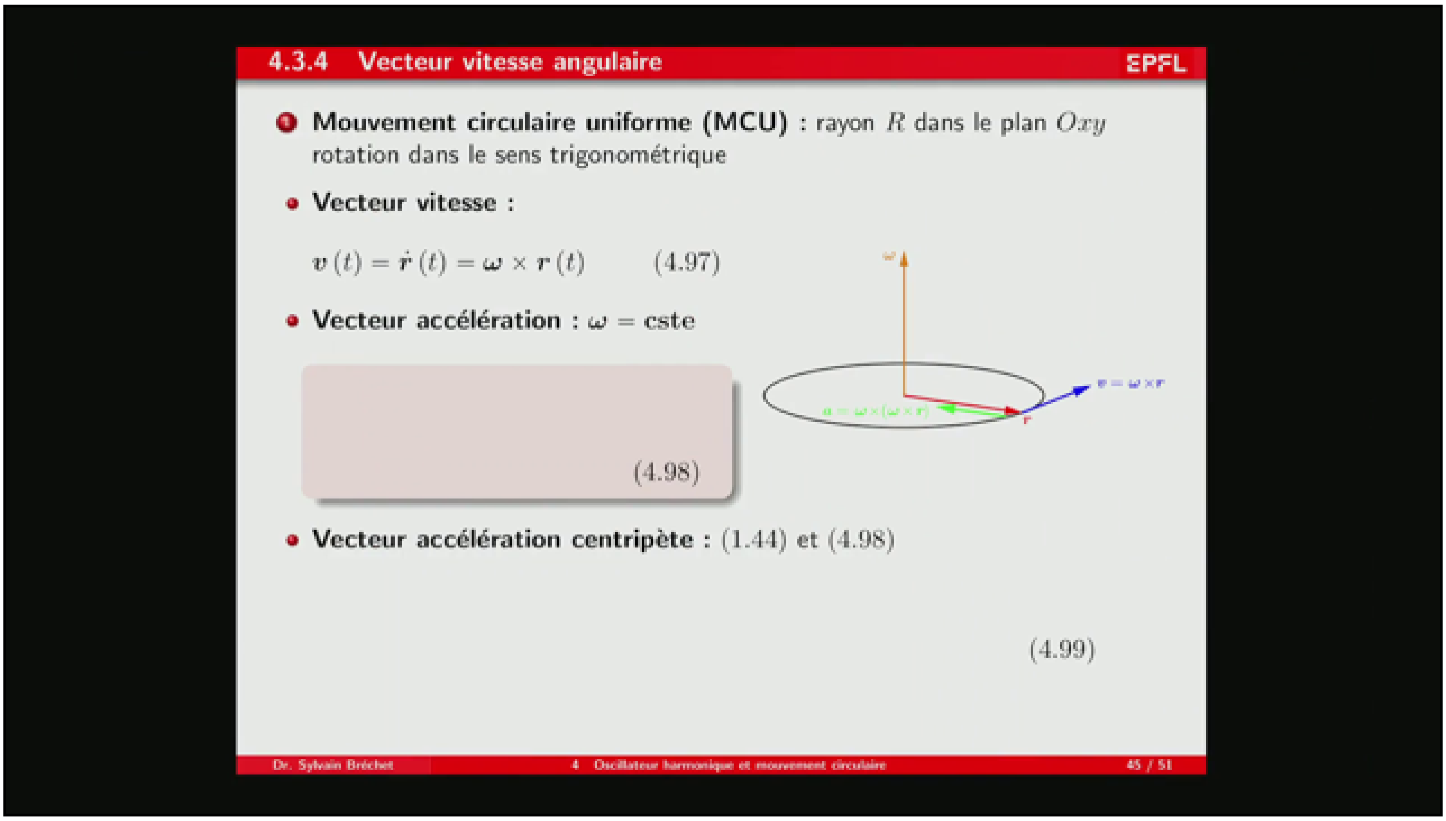


avec l'aide de un vecteur vitesse angulaire. Donc, nous allons prendre un vecteur dont le composant correspondra à la vitesse angulaire scalaire. La question est Comment orienter ce vecteur? Supposons que nous ayons un mouvement de rotation Cela se fait dans le sens trigonométrique, comme vous pouvez le voir Ici sur le dessin en perspective. Si le vecteur vitesse angulaire vous donne un composant dans le plan de rotation, vous allez violer la symétrie par rotation. Pour des raisons de symétrie, vous ne pouvez pas placer ce vecteur dans le plan de rotation ou avec un composant dans le plan de rotation. Il doit être orthogonal au plan de rotation. Maintenant, vous prenez votre main gauche et votre main droite. Si vous tournez avec votre main gauche ou la main droite, le long de la trajectoire, le pouce est dirigé vers le haut ou vers le bas. Nous avons choisi la main droite. Nous allons nous accrocher. Si nous tournons le pouce au sens trigonométrique, On voit que le pouce est orienté vers le haut. Nous allons prendre un vecteur vitesse angulaire qui, pour un mouvement en ce sens, est orientée vers le haut, qui, pour un mouvement dans l'autre sens, est orienté vers le bas. Sur le dessin, il est orienté vers le haut. Nous allons prendre un vecteur vitesse angulaire omega qui est la vitesse angulaire du vecteur vectoriel z et pour un mouvement circulaire uniforme, c'est une constante. Ici, la vitesse angulaire du vecteur vectoriel L'oméga est la norme du vecteur vitesse angulaire du vecteur oméga et c'est positif. Si nous prenons Le produit vectoriel de oméga avec la position du vecteur, selon la définition du produit vectoriel, je vous le rappelle, nous avons l'index de la main droite selon l'oméga. La majeure d'après Pour le R ici. Et qu'est-ce qu'on voit? Le pouce est orienté dans le sens du mouvement, elle est tangente à la trajectoire

notes

résumé

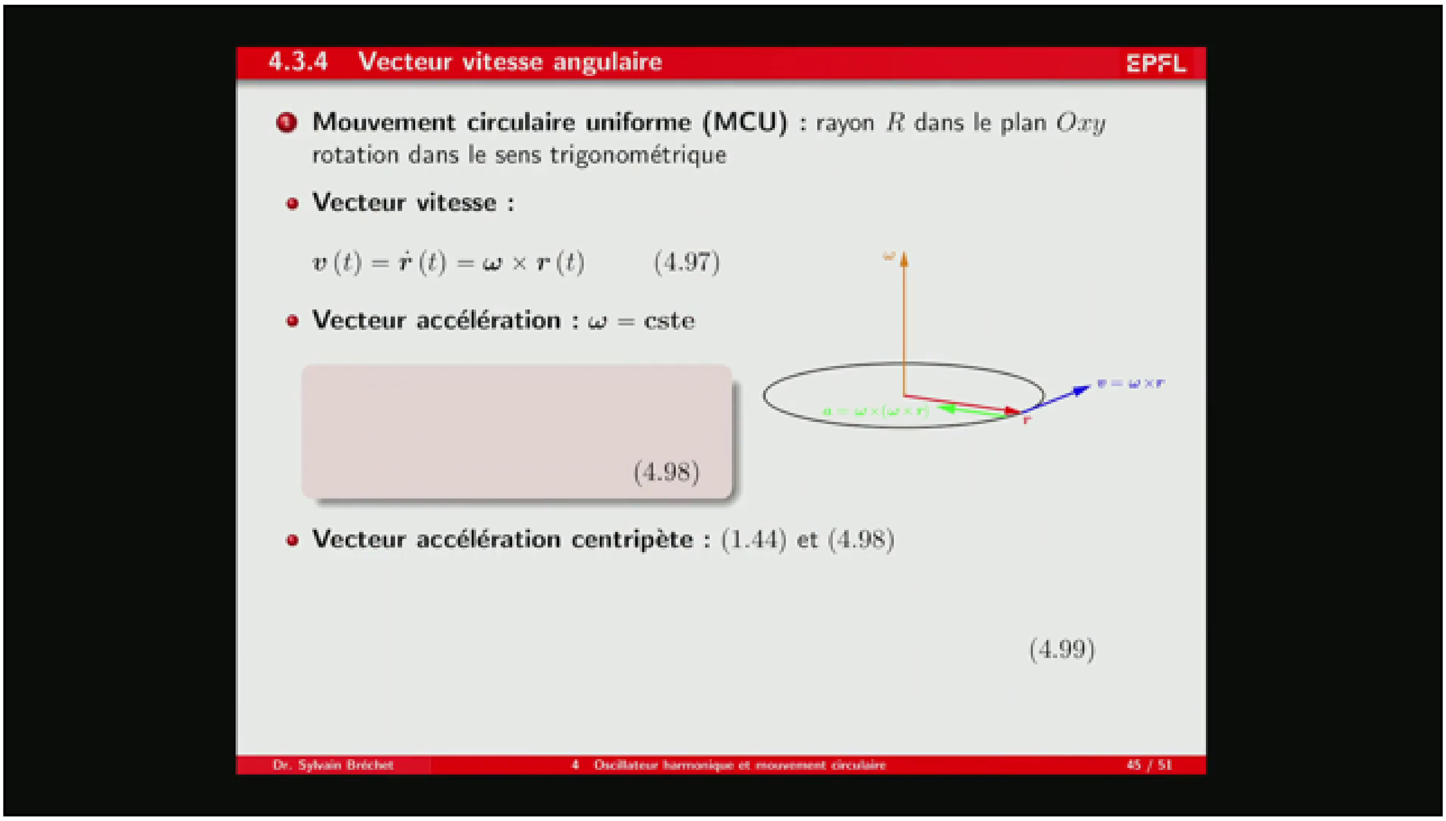
126m 44s



comme la vitesse vectorielle. L'oméga est le second du voisin. Le R est le maître. Le maître du maître C'est le deuxième de la vitesse. Alors essayons de voir le calcul du produit vectoriel avec la position vectorielle R. Comment faisons-nous cela? en pratique? Nous prenons les parties scalaires de la vecteurs que nous avons mis en évidence. Et ce que nous garderons dans le sens d'oméga et de R est le produit vectoriel unitaire. Oméga est selon z. Nous allons donc écrire le produit de la composants de R pour oméga et ensuite nous allons multiplier la composante d'oméga qui est z avec les deux unitaires vecteurs qui apparaissent dans l'expression de la position du vecteur. Donc nous aurons R oméga plus 2 oméga t fois le produit vectoriel de z Chapeau avec x chapeau. Plus R oméga sinus 2 oméga t fois le produit vectoriel Z chapeau avec Y chapeau. Ensuite, nous appliquons la Mercedes logo. Le produit vectoriel du troisième vecteur unitaire est le suivant dans la liste qui est le premier. Il donne le deuxième Le deuxième est le chapeau. Celui-ci nous donnera Un chapeau. Cependant, si nous prenons la troisième avec le précédent qui est le vecteur unitaire, nous avons Celui qui est devant avec un signe de moins. Donc, il donne Moins de x-hat. Très bien. Nous écrivons le deuxième avant le premier. Nous avons moins de sinus oméga r 2 oméga t fois x chapeau plus r oméga sinus 2 oméga t fois y chapeau et que C'est ça. C'est la vitesse vectorielle. Nous avons donc trouvé notre vitesse vectorielle pour un mouvement circulaire. Il en est de même pour un mouvement circulaire Ce qui n'est pas uniforme. La vitesse du vecteur est la dérivée temporelle de la position du vecteur. C'est le produit vectoriel de la vitesse angulaire du vecteur avec la position du vecteur. Okay? Nous ne sommes pas au bout

notes

résumé



de nos surprises. Depuis, nous allons

notes

résumé

4.3.4 Expérience - Voiture sur des rails circulaires

EPFL

- Une voiture a un mouvement circulaire uniforme (MCU) de vitesse $\boldsymbol{v}(t)$ de norme constante v tangente à sa trajectoire circulaire de rayon R dans le plan horizontal.
- La vitesse angulaire constante $\boldsymbol{\omega}$ de norme ω est orientée verticalement vers le haut pour un mouvement dans le sens trigonométrique et vers le bas pour un mouvement dans le sens des aiguilles d'une montre.

  $$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}(t)$$

- L'accélération centripète est toujours radiale et orientée vers le centre.

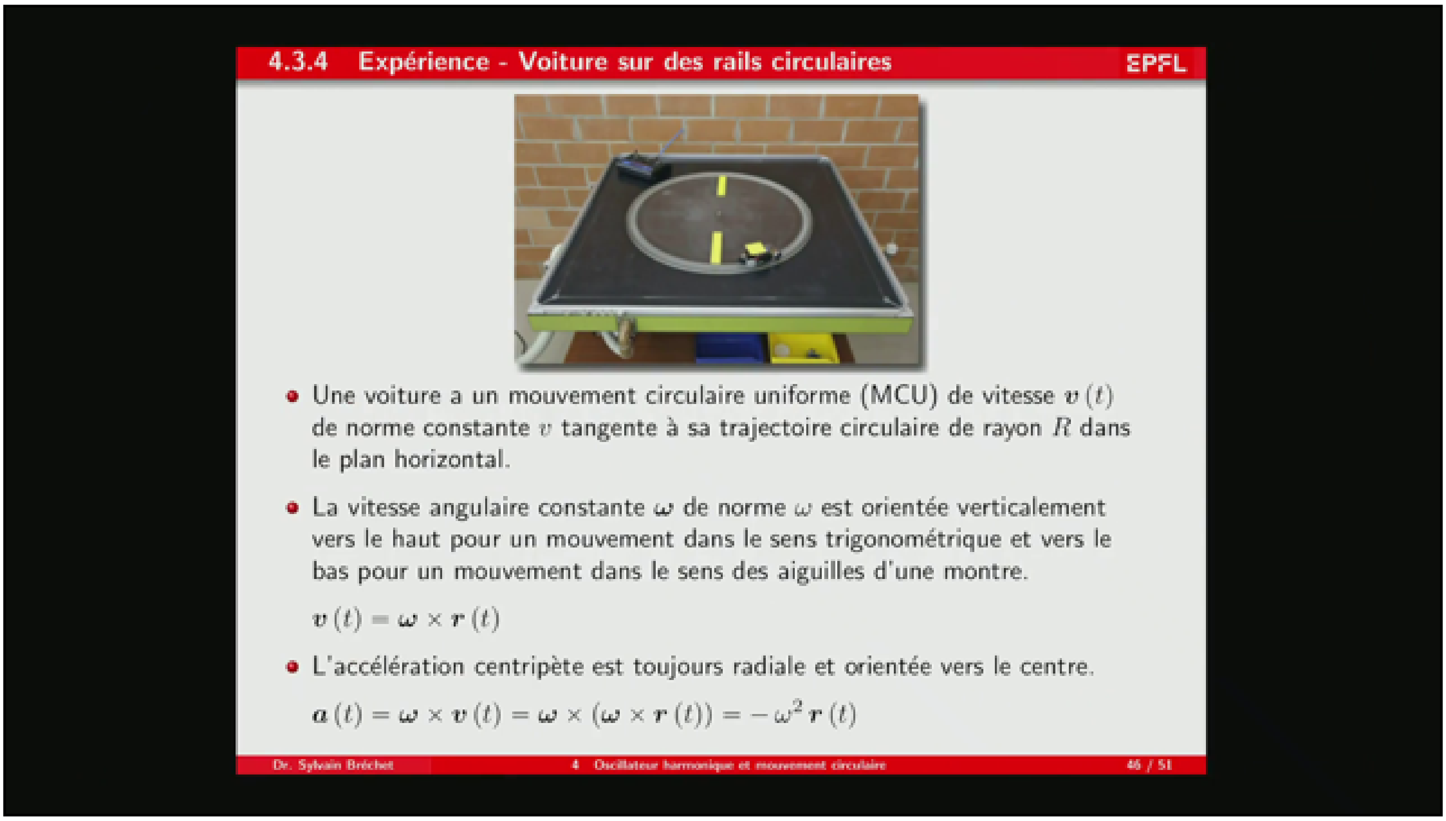
  $$\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}(t)) = -\,\omega^2\,\boldsymbol{r}(t)$$

Dr. Sylvain Bréchet 4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire 46 / 51

notes

résumé

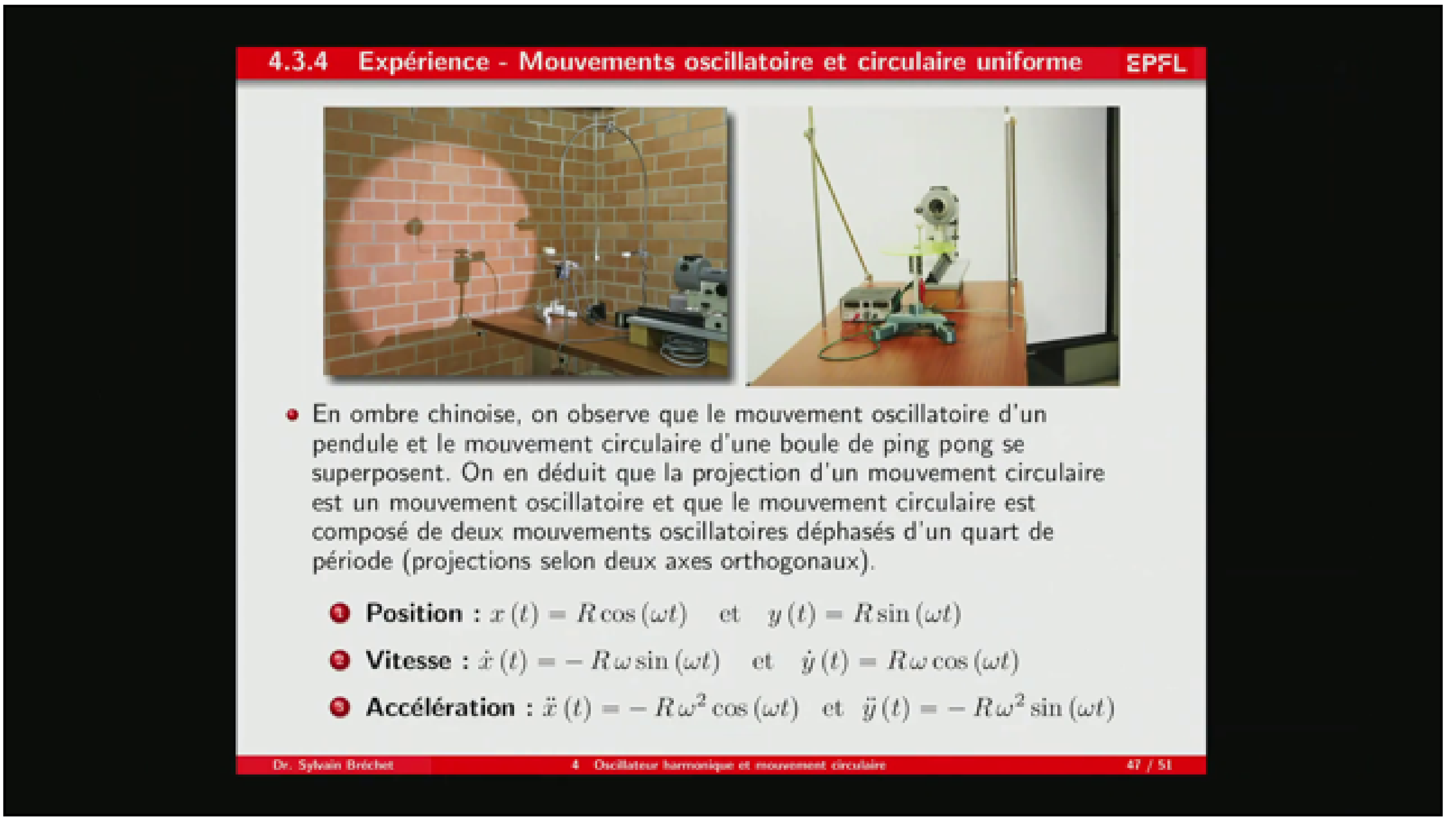
131m 13s



carrée. Donc, le produit scalaire d'oméga avec oméga est oméga carré. Donc c'est moins oméga temps carré R. Okay? CQFD. J'ai oublié la dépendance dans 100 ans ici. Nous avons donc montré que dans le vecteur Nous avons une accélération C'est purement centripète. Vous pouvez voir que dans la factorielle, quand on la manipule correctement C'est beaucoup plus simple et plus synthétique que la calculatrice dans le composant. C'est pourquoi Il a été introduit à la fin du XIXe siècle. Okay? Donc, si nous regardons à la forme de l'accélération Nous voyons que cela dépend des omégas carrés. Tu sais pourquoi? Parce que si vous changez la rotation direction vous changez le signe du vecteur avec la vitesse angulaire de l'oméga. Positif au sens trigonométrique. Négatif dans le dans le sens de l’ordre. Okay? So, si vous changez le signe de l'oméga vous ne changez pas le signe du carré d'oméga. Donc, si vous tournez dans une direction ou dans l'autre sens, l'accélération centripète Il sera toujours orienté radial vers l'intérieur. Okay?

notes

résumé



Si vous changez un peu de mobile sur un chemin circulaire, vous pouvez imaginer ce que nous pouvons faire. Okay? Tournez-le dans cette direction. Tournez-le dans cette autre direction à vitesse angulaire constante. Et nous aurions conclu que lorsqu'il tourne dans cette direction, le vecteur La vitesse angulaire est orientée vers l'eau. En la calculant, on voit que l'accélération va vers le centre. S'il tourne dans l'autre sens, le vecteur La vitesse angulaire est orientée vers le bas. En le calculant, en regardant ses mains, L'accélération centripète est également orientée vers le centre. Je voudrais Terminer avec Quelque chose de beau Cela nous permettra de connaître la Ce qui a été fait au début du cours avec l'expérience de compétence. Nous comparerons ensemble ou plutôt synchroniser un mouvement circulaire avec un mouvement oscillatoire. C'est sur la caméra 30. Alors, saute.

notes

résumé

134m 59s